



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

**INFLUENCIA DE LAS ABERTURAS TRANSVERSALES, EN LA RESISTENCIA A
CORTE Y FLEXIÓN DE VIGAS DE CONCRETO REFORZADO**

FABIAN CABRERA EXENI

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

FACULTAD DE INGENIERÍA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL Y AGRÍCOLA

MAESTRIA EN INGENIERÍA - ESTRUCTURAS

BOGOTA, D.C.

2011

INFLUENCIA DE LAS ABERTURAS TRANSVERSALES, EN LA RESISTENCIA A CORTE Y
FLEXIÓN DE VIGAS DE CONCRETO REFORZADO

FABIAN CABRERA EXENI

Tesis de investigación presentada como requisito para optar al título de:
Magister en Ingeniería Estructuras

Director:
Prof. Jorge I Segura Franco

Línea de Investigación:
Línea de investigación en Análisis y Diseño Estructural

Grupo de Investigación:
Análisis, diseño y materiales - GIES

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ingeniería
Bogotá D.C., Colombia
2011

DEDICATORIA

La presente Investigación, la dedico a todas aquellas personas que se maravillan ante el funcionamiento de las estructuras.

AGRADECIMIENTO

Este trabajo no pudo haberse concretado sin la ayuda del Prof. Jorge Ignacio Segura Franco. Sus comentarios, su estímulo, su paciencia y en general, las dimensiones que alcanzó su dirección, hicieron mucho más agradable la ejecución del mismo.

Cabe resaltar la gran colaboración del plantel docente y administrativo de la Universidad Nacional, en especial la colaboración de Pastor, Jorge, Darío, Andrés, Don Alirio, Guillermo, quienes con su paciencia y esfuerzo, se pudo concretar los ensayos experimentales.

Así mismo un especial agradecimiento al Ph.D. Dorian Luis Linero Segrera por su vital ayuda y orientación como director de la maestría en estructuras. Al Ph. D. Juan Manuel Lizarazo director del laboratorio del IEI, a los compañeros y demás amigos, quienes me motivaron continuamente en la culminación del trabajo final.

Para finalizar, mi más sincero agradecimiento, a la Universidad Nacional de Colombia (sede Bogotá) por haberme albergado estos dos últimos años, los cuales están llenos de recuerdos y anécdotas que permanecerán inalterables en el día a día de mi quehacer profesional. Finalmente agradezco a la Organización de los Estados Americanos por ser la institución patrocinadora de la presente investigación, y sin cuya colaboración no se hubieran materializado los trabajos experimentales.

RESUMEN

La investigación utilizó un enfoque experimental, para lo cual se realizó una comparación tanto cualitativa como cuantitativa entre las vigas patrón (vigas de concreto reforzado sin ductos embebidos), con los demás casos (vigas de concreto reforzado que presentaban una abertura transversal de 50mm de diámetro interior nominal, localizada a lo largo de su eje longitudinal), todas con una luz libre de 4m, y una sección transversal de 0,4m de base por 0,5m de altura. Las vigas patrón, fueron diseñadas para una carga de trabajo igual a 20 kN/m con un concreto de resistencia específica a la compresión de 28 MPa, y un acero de resistencia específica a la fluencia de 420 MPa. Para cada viga de estudio, se analizó su comportamiento bajo cargas de trabajo en los límites de servicio y bajo la carga de falla. Al mismo tiempo se realizó un registro de la distribución de fisuras alrededor de las aberturas.

Palabras claves: Concreto reforzado, vigas, flexión, corte, ductos.

ABSTRACT

The research used an experimental approach, for which there was a qualitative and quantitative comparison between the standard beams (reinforced concrete beams without embedded) with other cases (reinforced concrete beams had a cross-aperture 50mm diameter nominal inside, located along its longitudinal axis), each with 4m long, and a cross section of 0.4 m by 0.5 m base height. Pattern beams were designed for a workload equal to 20 kN/m with a concrete specific resistance to compression of 28 MPa, and a specific strength steel of 420 MPa. For each beam study, we analyzed its behavior under loads of work in the service limits and under the burden of failure. At the same time a search was conducted of the distribution of cracks around the openings.

KEYWORDS: Reinforced Concrete, Beams, Flexion, Shear, Pipeline.

TABLA DE CONTENIDO

Dedicatoria
Agradecimiento
Resumen

Página

INTRODUCCIÓN	1
--------------------	---

CAPITULO I ASPECTOS GENERALES

1.1. Justificación	2
1.2. Objetivos	3
1.2.1. Objetivo General	3
1.2.2. Objetivos Específicos	3

CAPITULO II ESTADO DEL ARTE

2.1. Antecedentes del reglamento de la NSR-10	4
2.2. Criterio del ACI international Publication Series IPS-1	6
2.3. Criterio del ACI 318S-08	7
2.4. Antecedentes del tipo de fisuras esperadas	7
2.4.1. Fisuras de fuerza de corte por tracción diagonal	8
2.4.2. Fisuras de cortante y flexión	9
2.4.3. Fisuras causadas por cargas concentradas	10
2.4.4. Fisuras en una viga sometida a flexión en la rotura	10
2.5. Respuesta esperada para las vigas de concreto reforzado	11
2.6. Resistencia última esperada	15

CAPITULO III DESCRIPCION DE LA METODOLOGÍA EXPERIMENTAL

3.1. Criterios de diseño	18
3.1.1. Análisis de cargas	18
3.1.2. Factor de mayoración global	20
3.1.3. Selección de los materiales	21
3.1.4. Diseño a flexión	21
3.1.5. Diseño a corte	23
3.1.6. Resumen del diseño	25
3.1.7. Deflexiones esperadas para la viga de control	25
3.2. Reporte de las fundiciones	31
3.2.1. Primera Fundición	31
3.2.2. Segunda Fundición	32
3.2.3. Tercera Fundición	33
3.3. Descripción experimental	34

CAPITULO IV

ANALISIS DE LOS RESULTADOS

4.1. Análisis de los resultados.....	37
4.2. Montaje y descripción detallada de los casos de estudio.....	39
4.2.1. Viga de control (viga 1 y viga 2).....	40
4.2.2. Caso 1 (viga 3 y viga 4).....	41
4.2.3. Caso 2 (viga 8 y viga 9).....	41
4.2.4. Caso 3 (viga 5 y viga 6).....	42
4.2.5. Caso 4 (viga 7 y viga 10).....	42
4.3. Montaje y descripción del ensayo.....	43
4.4. Resistencia a compresión de las probetas cilíndricas de 0,10m x 0,20m.....	44
4.5. Análisis de los resultados.....	46
4.5.1. Relación carga total y deflexión centro luz de las vigas.....	46
4.5.2. Agrietamiento.....	64
4.5.2.1. Rendimiento de los casos de estudio, en función de la carga de agrietamiento.....	65
4.5.2.2. Rendimiento de los casos de estudio, en función de la deflexión de agrietamiento.....	66
4.5.3. Rigidez de las vigas de estudio.....	69
4.5.3.1. Rendimiento de la rigidez, utilizando el criterio de la constante k_2	87
4.5.3.2. Rendimiento de la rigidez, utilizando el criterio de la carga de trabajo.....	89
4.5.3.3. Rendimiento de la rigidez, para cargas mayores que la de trabajo.....	91
4.5.4. Momento de inercia efectivo de las vigas de estudio.....	96
4.5.4.1. Rendimiento del momento de inercia, utilizando el criterio de la constante k_2	114
4.5.4.2. Rendimiento del momento de inercia, utilizando el criterio de la carga de trabajo.....	117
4.5.4.3. Rendimiento de los casos de estudio, en función de la deflexión bajo cargas de trabajo.....	121
4.5.4.4. Rendimiento del momento de inercia, para cargas mayores que la de trabajo.....	125
4.5.5. Análisis del desempeño de cada viga de estudio, para cargas mayores a la de trabajo.....	130
4.5.6. Carga de fluencia de las vigas de estudio.....	131
4.5.7. Rigidez de fluencia de las vigas de estudio.....	131
4.5.8. Elástica de las vigas, para cada instante de carga.....	136
4.5.9. Patrón de fisuras.....	147
4.5.9.1. Patrón de fisuras en el ducto del caso 1.....	158
4.5.9.2. Patrón de fisuras en el ducto del caso 2.....	158
4.5.9.3. Patrón de fisuras en el ducto del caso 3.....	158
4.5.9.4. Patrón de fisuras en los ductos del caso 4.....	158

CAPITULO V CONCLUSIONES

5.1. Introducción	169
5.2. Conclusiones	172
5.2.1. Agrietamiento inicial.....	172
5.2.2. Rigidez de las vigas de estudio	173
5.2.3. Momento de inercia efectivo.....	174
5.2.4. Deflexión en el centro luz, bajo la acción de la carga de trabajo.....	176
5.2.5. Rendimiento de los casos de estudio, para cargas mayores a la de trabajo	177
5.2.6. Cargas de fluencia de las vigas de estudio	179
5.2.7. Deflexión centro luz, a la cual se produjo la fluencia del acero de refuerzo	179
5.2.8. Patrón de fisuras en la cercanía del ducto embebido.....	181
5.2.9. Conclusión final.....	184
5.3. Recomendaciones.....	185
5.3.1. Recomendaciones en función del diámetro de los ductos, tuberías e insertos.....	185
5.3.2. Recomendación en función de la durabilidad de la viga de concreto reforzado	185
5.3.3. Recomendaciones en función de la rigidez de la viga.....	185
5.3.4. Recomendaciones en función de la deflexión esperada para la carga de trabajo.....	186
5.3.5. Recomendación para cargas mayores a las de trabajo	186
5.3.6. Recomendación final.....	186

BIBLIOGRAFIA	188
---------------------------	------------

INDICE DE FIGURAS

Página

CAPITULO II: ESTADO DEL ARTE

Figura 2.1. Disposiciones dadas en el reglamento NSR-10 para embeber tuberías y ductos en vigas o losas de concreto reforzado.....	5
Figura 2.2. Localización de conductos y tuberías que atraviesan horizontalmente vigas, vigas maestras y viguetas de concreto reforzado, tomado del ACI IPS-1.....	6
Figura 2.3. Fisuras producidas por fuerza de corte por tracción diagonal.....	8
Figura 2.4. Agrietamiento de corte en el alma.....	8
Figura 2.5. Fisuras de corte y flexión.....	9
Figura 2.6. Fisuras de corte y flexión en vigas de concreto reforzado.....	10
Figura 2.7. Fisura producida por la fuerza de corte en el caso de cargas concentradas.....	10
Figura 2.8. Fisuras en una viga sometida a flexión en la rotura.....	11
Figura 2.9. Representación gráfica de la curvatura.....	11
Figura 2.10. Relación momento curvatura típica, de una viga de concreto reforzado.....	13
Figura 2.11. Curva esfuerzo deformación, del acero de refuerzo.....	13
Figura 2.12. Relación momento curvatura, para el ensayo experimental.....	14
Figura 2.13. Distribución real y rectángulo equivalente, de la distribución de esfuerzos en el concreto.....	16
Figura 2.14. Profundidad teórica mínima, que debería cumplir el ducto embebido.....	16

CAPITULO III: DESCRIPCION DE LA METODOLOGÍA EXPERIMENTAL

Figura 3.1. Sección transversal de la viga.....	18
Figura 3.2. Área aferente de diseño.....	18
Figura 3.3. Esquema estructural.....	21
Figura 3.4. Espaciamiento del refuerzo longitudinal.....	22
Figura 3.5. Viga utilizada en la investigación.....	25
Figura 3.6. Vigas de concreto reforzado vaciadas en la segunda fundición.....	32
Figura 3.7. Vigas de concreto reforzado vaciadas en la tercera fundición.....	33
Figura 3.8. Marco metálico móvil de cuatro ruedas, utilizado para mover a las vigas de concreto reforzado.....	35
Figura 3.9. Proceso de elevar y mover a las vigas de concreto reforzado.....	36
Figura 3.10. Detalle de los cilindros macizos utilizados para mover las vigas de concreto reforzado.....	36
Figura 3.11. Instalaciones del laboratorio de Ensayos Mecánicos, donde se observa a la grúa cuya capacidad máxima es de 5 toneladas.....	37
Figura 3.12. Montaje de las vigas de concreto reforzado en la máquina universal de ensayo Tinius Olsen Testing.....	37

CAPITULO IV: ANALISIS DE LOS RESULTADOS

Figura 4.1. Acero de refuerzo utilizado en las vigas de concreto reforzado.....	40
Figura 4.2. Viga de concreto reforzado perteneciente a la viga de control.....	40
Figura 4.3. Viga de concreto reforzado perteneciente al Caso 1.....	41
Figura 4.4. Viga de concreto reforzado perteneciente al Caso 2.....	41
Figura 4.5. Viga de concreto reforzado perteneciente al Caso 3.....	42
Figura 4.6. Viga de concreto reforzado perteneciente al Caso 4.....	42
Figura 4.7. Esquema del montaje experimental de las vigas de concreto reforzado.....	43

Figura 4.9. Resistencia a la compresión de las probetas cilíndricas (0,10 x 0,20 m) de las tres fundiciones realizadas en la investigación	45
Figura 4.10. Relación carga & deflexión, para el caso de la viga de control (viga 1)	50
Figura 4.11. Relación carga & deflexión, para el caso de la viga de control (viga 2)	51
Figura 4.12. Relación carga & deflexión, para el caso 1 (viga 3)	52
Figura 4.13. Relación carga & deflexión, para el caso 1 (viga 4)	53
Figura 4.14. Relación carga & deflexión, para el caso 2 (viga 8)	54
Figura 4.15. Relación carga & deflexión, para el caso 2 (viga 9)	55
Figura 4.16. Relación carga & deflexión, para el caso 3 (viga 5)	56
Figura 4.17. Relación carga & deflexión, para el caso 3 (viga 6)	57
Figura 4.18. Relación carga & deflexión, para el caso 4 (viga 7)	58
Figura 4.19. Relación carga & deflexión, para el caso 4 (viga 10)	59
Figura 4.20. Comparación de los diferentes casos de estudio, respecto a la relación carga & deflexión, de las vigas más desfavorables	60
Figura 4.21. Comparación de los diferentes casos de estudio, respecto a la relación carga & deflexión, de las vigas más favorables	61
Figura 4.22. Comparación de las regresiones lineales (P_T & δ) de los diferentes casos de estudio, de las vigas más desfavorables	62
Figura 4.23. Comparación de las regresiones lineales (P_T & δ) de los diferentes casos de estudio, de las vigas más favorables	63
Figura 4.24. Rendimientos de los casos de estudio, en función de la carga de agrietamiento	66
Figura 4.25. Rendimientos de los casos de estudio, en función de la deflexión de agrietamiento	68
Figura 4.26. Representación esquemática de los resultados experimentales	69
Figura 4.27. Relación rigidez & carga P_T , para la viga de control (viga 1)	75
Figura 4.28. Relación rigidez & carga P_T , para la viga de control (viga 2)	76
Figura 4.29. Relación rigidez & carga P_T , para el caso 1 (viga 3)	77
Figura 4.30. Relación rigidez & carga P_T , para el caso 1 (viga 4)	78
Figura 4.31. Relación rigidez & carga P_T , para el caso 2 (viga 8)	79
Figura 4.32. Relación rigidez & carga P_T , para el caso 2 (viga 9)	80
Figura 4.33. Relación rigidez & carga P_T , para el caso 3 (viga 5)	81
Figura 4.34. Relación rigidez & carga P_T , para el caso 3 (viga 6)	82
Figura 4.35. Relación rigidez & carga P_T , para el caso 4 (viga 7)	83
Figura 4.36. Relación rigidez & carga P_T , para el caso 4 (viga 10)	84
Figura 4.37. Comparación de los diferentes casos de estudio, respecto a la relación Rigidez & Carga, de las vigas más desfavorables	85
Figura 4.38. Comparación de los diferentes casos de estudio, respecto a la relación Rigidez & Carga, de las vigas más favorables	86
Figura 4.39. Rendimientos de los casos de estudio, en función de la pérdida de la rigidez, utilizando el criterio de la constante k_2	88
Figura 4.40. Rendimientos de los casos de estudio, en función de la pérdida de la rigidez, utilizando la carga de trabajo	91
Figura 4.41. Rendimientos máximos de la rigidez, de cada caso de estudio, para cargas superiores a la carga de trabajo	94
Figura 4.42. Rendimientos mínimos de la rigidez, de cada caso de estudio, para cargas superiores a la carga de trabajo	95
Figura 4.43. Relación momento de inercia & carga P_T , para la viga de control (viga 1)	102
Figura 4.44. Relación momento de inercia & carga P_T , para la viga de control (viga 2)	103
Figura 4.45. Relación momento de inercia & carga P_T , para el caso 1 (viga 3)	104
Figura 4.46. Relación momento de inercia & carga P_T , para el caso 1 (viga 4)	105

Figura 4.47. Relación momento de inercia & carga P_T , para el caso 2 (viga 8)	106
Figura 4.48. Relación momento de inercia & carga P_T , para el caso 2 (viga 9)	107
Figura 4.49. Relación momento de inercia & carga P_T , para el caso 3 (viga 5)	108
Figura 4.50. Relación momento de inercia & carga P_T , para el caso 3 (viga 6)	109
Figura 4.51. Relación momento de inercia & carga P_T , para el caso 4 (viga 7)	110
Figura 4.52. Relación momento de inercia & carga P_T , para el caso 4 (viga 10)	111
Figura 4.53. Comparación de los diferentes casos de estudio, respecto a la relación Momento de Inercia & Carga, de las vigas más desfavorables	112
Figura 4.54. Comparación de los diferentes casos de estudio, respecto a la relación Momento de Inercia & Carga, de las vigas más favorables	113
Figura 4.55. Rendimientos de los casos de estudio, en función del momento de inercia, utilizando el criterio de la constante k_2	116
Figura 4.56. Rendimientos de los casos de estudio, en función del momento de inercia efectivo, para la carga de trabajo	119
Figura 4.57. Rendimientos de los casos de estudio, en función de la deflexión centro luz, bajo la carga de trabajo	123
Figura 4.58. Rendimientos máximos del momento de inercia, para cada caso de estudio, para cargas superiores a la carga de trabajo	128
Figura 4.59. Rendimientos mínimos del momento de inercia, de cada caso de estudio, para cargas superiores a la carga de trabajo	129
Figura 4.60. Representación del punto de fluencia	132
Figura 4.61. Rendimientos de los casos de estudio, en función de la rigidez de fluencia	135
Figura 4.62. Montaje de los deformímetros mecánicos	136
Figura 4.63. Elástica y lectura de los deformímetros, para la viga 1, del caso de control	137
Figura 4.64. Elástica y lectura de los deformímetros, para la viga 2, del caso de control	138
Figura 4.65. Elástica y lectura de los deformímetros, para la viga 3, del caso 1	139
Figura 4.66. Elástica y lectura de los deformímetros, para la viga 4, del caso 1	140
Figura 4.67. Elástica y lectura de los deformímetros, para la viga 8, del caso 2	141
Figura 4.68. Elástica y lectura de los deformímetros, para la viga 9, del caso 2	142
Figura 4.69. Elástica y lectura de los deformímetros, para la viga 5, del caso 3	143
Figura 4.70. Elástica y lectura de los deformímetros, para la viga 6, del caso 3	144
Figura 4.71. Elástica y lectura de los deformímetros, para la viga 7, del caso 4	145
Figura 4.72. Elástica y lectura de los deformímetros, para la viga 10, del caso 4	146
Figura 4.73. Fotografía del patrón de fisuras de la viga de control (viga 1)	148
Figura 4.74. Patrón de fisuras de la viga de control (viga 1) en kN	148
Figura 4.75. Fotografía del patrón de fisuras de la viga de control (viga 2)	149
Figura 4.76. Patrón de fisuras de la viga de control (viga 2) en kN	149
Figura 4.77. Fotografía del patrón de fisuras de la viga de estudio del caso 1 (viga 3)	150
Figura 4.78. Patrón de fisuras de la viga de estudio del caso 1 (viga 3) en kN	150
Figura 4.79. Fotografía del patrón de fisuras de la viga de estudio del caso 1 (viga 4)	151
Figura 4.80. Patrón de fisuras de la viga de estudio del caso 1 (viga 4) en kN	151
Figura 4.81. Fotografía del patrón de fisuras de la viga de estudio del caso 2 (viga 8)	152
Figura 4.82. Patrón de fisuras de la viga de estudio del caso 2 (viga 8) en kN	152
Figura 4.83. Fotografía del patrón de fisuras de la viga de estudio del caso 2 (viga 9)	153
Figura 4.84. Patrón de fisuras de la viga de estudio del caso 2 (viga 9) en kN	153
Figura 4.85. Fotografía del patrón de fisuras de la viga de estudio del caso 3 (viga 5)	154
Figura 4.86. Patrón de fisuras de la viga de estudio del caso 3 (viga 5) en kN	154
Figura 4.87. Fotografía del patrón de fisuras de la viga de estudio del caso 3 (viga 6)	155
Figura 4.88. Patrón de fisuras de la viga de estudio del caso 3 (viga 6) en kN	155

Figura 4.89. Fotografía del patrón de fisuras de la viga de estudio del caso 4 (viga 7).....	156
Figura 4.90. Patrón de fisuras de la viga de estudio del caso 4 (viga 7) en kN.....	156
Figura 4.91. Fotografía del patrón de fisuras de la viga de estudio del caso 4 (viga 10).....	157
Figura 4.92. Patrón de fisuras de la viga de estudio del caso 4 (viga 10) en kN.....	157
Figura 4.93. Patrón de fisuras en las cercanías del ducto y ancho de fisuras, Caso 1 (viga 3).....	159
Figura 4.94. Patrón de fisuras en las cercanías del ducto y ancho de fisuras, Caso 1 (viga 4).....	160
Figura 4.95. Patrón de fisuras en las cercanías del ducto y ancho de fisuras, Caso 2 (viga 8).....	161
Figura 4.96. Patrón de fisuras en las cercanías del ducto y ancho de fisuras, Caso 2 (viga 9).....	162
Figura 4.97. Patrón de fisuras en las cercanías del ducto y ancho de fisuras, Caso 3 (viga5).....	163
Figura 4.98. Patrón de fisuras en las cercanías del ducto y ancho de fisuras, Caso 3 (viga 6).....	164
Figura 4.99. Patrón de fisuras en las cercanías del ducto y ancho de fisuras, Caso 4 (viga 7).....	165
Figura 4.100. Patrón de fisuras en las cercanías del ducto y ancho de fisuras, Caso 4 (viga 10).....	167

CAPITULO V: CONCLUSIONES

Figura 5.1. Acero de refuerzo utilizado en las vigas de concreto reforzado.....	171
Figura 5.2. Esquema del ensayo en la Maquina Universal Tinius Olsen.....	171

INDICE DE TABLAS

Página

CAPITULO III: DESCRIPCION DE LA METODOLOGÍA EXPERIMENTAL

Tabla 3.1. Valores de ξ en función del tiempo.....	26
Tabla 3.2. Número de fundiciones realizadas.....	31

CAPITULO IV: ANALISIS DE LOS RESULTADOS

Tabla 4.1. Casos de estudio.....	38
Tabla 4.2. Número designado a cada viga en función del tipo de caso de estudio.....	39
Tabla 4.3. Número designado a cada viga en función de la fundición realizada.....	39
Tabla 4.4. Resistencia a compresión de las probetas cilíndricas de 0,10m de diámetro por 0,20m de alto, de las tres fundiciones realizadas.....	44
Tabla 4.5. Resistencia a compresión de las probetas cilíndricas de 0,10m de diámetro por 0,20m de alto, ensayadas el mismo día del ensayo de las vigas de concreto reforzado.....	46
Tabla 4.6. Deflexión medida en el centro luz en función de la carga total P_T , para todos los casos de estudio.....	47
Tabla 4.7. Pendientes de las regresiones lineales P_T & δ , y punto de agrietamiento para todos los casos de estudio.....	64
Tabla 4.8. Cálculo de los rendimientos de los casos de estudio, en función de la carga de agrietamiento.....	65
Tabla 4.9. Cálculo de los rendimientos de los casos de estudio, en función de la deflexión de agrietamiento.....	67
Tabla 4.10. Comparación de los rendimientos, utilizando la carga y la deflexión de agrietamiento.....	68
Tabla 4.11. Rigidez de cada viga de estudio, en cada instante de carga.....	72
Tabla 4.12. Cálculo de los rendimientos de los casos de estudio, en función de la pérdida de la rigidez , utilizando el criterio de la constante k_2	87
Tabla 4.13. Rigidez de cada viga, para la carga de trabajo.....	89
Tabla 4.14. Cálculo de los rendimientos de los casos de estudio, en función de la pérdida de la rigidez , utilizando la carga de trabajo.....	90
Tabla 4.15. Rendimiento de cada viga de estudio, en función de la rigidez, para cada instante de carga.....	92
Tabla 4.16. Momento de Inercia de cada viga de estudio, en cada instante de carga.....	99
Tabla 4.17. Cálculo del momento de inercia, utilizando el criterio de la constante k_2	114
Tabla 4.18. Cálculo de los rendimientos de los casos de estudio, en función del momento de inercia, utilizando el criterio de la constante k_2	115
Tabla 4.19. Momento de inercia efectivo de cada viga, para la carga de trabajo.....	117
Tabla 4.20. Cálculo de los rendimientos de los casos de estudio, en función del momento de inercia efectivo , para la carga de trabajo.....	118
Tabla 4.21. Medición y cálculo del momento de inercia efectivo, para cada viga de estudio.....	120
Tabla 4.22. Deflexiones centro luz de cada viga, para la carga de trabajo.....	121
Tabla 4.23. Cálculo de los rendimientos de los casos de estudio, en función de la deflexión centro luz, para la carga de trabajo.....	122
Tabla 4.24. Medición y cálculo de la deflexión en el centro luz, para la carga de trabajo.....	124
Tabla 4.25. Rendimiento de cada viga de estudio, en función del momento de inercia, en cada instante de carga.....	126
Tabla 4.26. Cargas máximas admisibles para cada caso de estudio.....	130
Tabla 4.27. Carga de fluencia de las vigas de estudio.....	131
Tabla 4.28. Cálculo de la deflexión y rigidez de fluencia.....	132
Tabla 4.29. Deflexiones a las cuales se produjo la fluencia.....	133
Tabla 4.30. Cálculo de los rendimientos de los casos de estudio, en función de la rigidez de fluencia.....	134

CAPITULO V: CONCLUSIONES

Tabla 5.1. Casos de estudio	170
Tabla 5.2. Rendimientos para el Agrietamiento inicial	172
Tabla 5.3. Rendimientos para la rigidez de la viga de concreto reforzado	173
Tabla 5.4. Rendimientos del momento de inercia efectivo, de la viga de concreto reforzado	175
Tabla 5.5. Cálculo de los rendimientos de los casos de estudio, en función de la deflexión centro luz, para la carga de trabajo	176
Tabla 5.6. Cargas máximas admisibles para cada caso de estudio	178
Tabla 5.7. Carga de fluencia de cada viga de estudio	179
Tabla 5.8. Deflexiones a las cuales se produjo la fluencia	180
Tabla 5.9. Descripción del patrón de fisuras, para cada caso de estudio	182

INTRODUCCIÓN

El tendido de tuberías es inevitable en cualquier proyecto arquitectónico. Lo ideal es que ellas no estén embebidas en el concreto, para que de este modo el mantenimiento de las instalaciones sea rápido y sin complicaciones. Al mismo tiempo, no se recomienda la práctica de tuberías incrustadas, para no alterar la rigidez de los elementos estructurales, y de este modo no comprometer la seguridad de la estructura.

Sin embargo, esto no siempre es posible y a pesar de que existe un reglamento vigente (NSR-10), que nos advierte de estas implicaciones no ofrece ninguna metodología cuantitativa, para evaluar este tipo de estructuras con tuberías incrustadas. De los elementos estructurales más comunes, las vigas son las más afectadas, ya que su funcionamiento estructural, está en función directa de la integridad de su sección transversal, al mismo tiempo que el concreto desplazado podría comprometer el modo de funcionamiento del concreto y del acero de refuerzo como un material compuesto.

Para la presente tesis de investigación, se cuantificó la influencia que genera la abertura transversal en la viga, a lo largo de su eje longitudinal, en su resistencia a corte y flexión, para el caso particular de una viga simplemente apoyada con carga uniforme. Para tal efecto, se utilizó un enfoque experimental, realizando los respectivos ensayos en vigas de concreto reforzado, con una luz de cuatro metros y una sección transversal de 40x50cm. Para cada viga de estudio, se analizó su comportamiento bajo cargas de trabajo en los límites de servicio y bajo cargas últimas en los límites de resistencia. Al mismo tiempo se realizó un registro de la distribución de las fisuras alrededor de las aberturas, conforme se incrementaba el valor de la carga, y se hizo un control de la deflexión en el centro luz.

Tanto para el dimensionamiento como para el análisis de las cargas, se utilizó el Reglamento Colombiano de Construcción Sismo Resistente (NSR-10). Utilizando un concreto premezclado de resistencia efectiva a la compresión de 28,1 MPa, y un acero de alta resistencia de 420 MPa.

Para la valoración de la disposición y la forma de las fisuras, se documentó cuidadosamente el estudio experimental, utilizando ayudas esquemáticas y fotos digitales, tratando en lo posible de analizar el tipo de esfuerzo que las provocó, ya sea de corte o de flexión o una combinación de ambos, con la intención de generar un registro cronológicamente compatible con la aplicación de la carga.

Finalmente, a partir del análisis de los resultados, se redactó unas conclusiones y recomendaciones sobre la práctica, de embeber ductos en vigas de concreto reforzado.

CAPITULO I

ASPECTOS GENERALES

1.1. Justificación

Es notorio el uso cada vez más usual, de los ductos embebidos atravesando las vigas de concreto reforzado, ya se trate de instalaciones eléctricas como de instalaciones sanitarias o de suministro de gas. Y por lo tanto, el profesional facultado para diseñar debe ser capaz de probar o justificar, que el ducto embebido, no comprometa significativamente la resistencia del elemento estructural.

De lo señalado anteriormente, es imperante la necesidad de generar mayores investigaciones relativas a dicho tema, y contar con una documentación experimental, que prohíba o no su uso.

La presente tesis de Maestría en investigación, tiene como misión, ser un referente tanto para diseñadores como constructores, sobre las consecuencias que trae consigo la práctica de embeber ductos en las vigas de concreto reforzado, práctica muy habitual en nuestro medio profesional, sin que se tome real conciencia de sus implicaciones en la resistencia del elemento estructural.

Un aporte notorio de la presente investigación está referida a la valoración de la disposición de las fisuras alrededor del ducto y del modo en que evolucionan conforme se incrementa la carga, y se llegue a la rotura completa del elemento. Dicha información podría ser usada como un manual de patología estructural tanto para la valoración de los daños estructurales como para el análisis de las causas involucradas.

1.2. Objetivos

Para la correcta ejecución de la investigación, y para contar con una metodología compatible con el método experimental, se consideran los objetivos en uno sólo de carácter general, para luego discretizarlo en objetivos específicos evaluables, que tributen al objetivo macro general.

1.2.1. Objetivo general

Para la presente tesis de Maestría en investigación, se definirá como objetivo macro general al siguiente:

“Cuantificar la influencia en la resistencia a corte y flexión, que tienen las aberturas transversales, en las vigas de concreto reforzado”.

1.2.2. Objetivos específicos

Como objetivos específicos, a ser cumplidos en la ejecución de la presente investigación, podemos señalar a los siguientes:

- Analizar el funcionamiento a corte y su posible contribución a la formación de grietas en el contorno de las aberturas transversales en las vigas de concreto reforzado.
- Analizar el funcionamiento a flexión y su posible contribución a la formación de grietas en el contorno de la abertura transversal en las vigas de concreto reforzado.
- Realizar una descripción cualitativa del comportamiento estructural de las aberturas transversales bajo las cargas de trabajo.
- Realizar una descripción cualitativa de la respuesta estructural de las aberturas transversales bajo las cargas últimas.
- Realizar una comparación cuantitativa de la disminución de la resistencia de las vigas que presentan aberturas, contra la viga de control sin aberturas.
- Cuantificar el control de deflexiones en el centro luz de cada viga de estudio.
- Redactar recomendaciones, sobre el uso de aberturas transversales en vigas de concreto reforzado.

CAPITULO II

ESTADO DEL ARTE

2.1. Antecedentes del reglamento de la NSR-10

Es importante señalar, lo indicado en el capítulo C.6 sobre embebidos en el concreto, del reglamento Colombiano de construcción Sismo Resistente (NSR-10), el cual lo resumiremos a continuación.

Tomando en cuenta, lo señalado en el reglamento de la NSR-10, se plantea que cualquier embebido (por ejemplo: ductos, tuberías e insertos) que no sean perjudiciales para el concreto pueden colocarse en él, pero el trabajo debe realizarse de manera tal que la estructura no se ponga en peligro.

No debe permitirse al contratista la instalación de ductos, tuberías, insertos, conductos o conexiones que no estén señalados en los planos de diseño, o no hayan sido aprobados por el profesional facultado para diseñar. Resultando importante, para la integridad de la estructura, que las uniones de los ductos y tuberías dentro del concreto, estén cuidadosamente ensambladas, tal como se muestra en los planos o se requiera en las especificaciones de la obra.

De lo señalado anteriormente, se permite, previa aprobación del profesional facultado para diseñar, embeber cualquier material que no sea perjudicial para el concreto, siempre y cuando se considere que ellos no reemplazan estructuralmente al concreto desplazado.

El reglamento es bien enfático sobre el tema de la resistencia de los elementos estructurales, y lo dice muy claramente en su artículo C.6.3.3. “Los ductos, tuberías e insertos que pasen a través de losas, muros o vigas, no deben debilitar significativamente la resistencia de la estructura”.

Siguiendo con las disposiciones dadas en el reglamento, se indica que excepto cuando los planos de los ductos y tuberías hayan sido aprobados por el profesional facultado para diseñar, las tuberías y ductos embebidos en una viga de concreto reforzado, deben satisfacer las siguientes especificaciones:

- No deben tener dimensiones exteriores mayores que $\frac{1}{3}$ del espesor total de la viga, donde estén embebidos.
- No deben estar espaciados a menos de 3 veces su diámetro o ancho medido de centro a centro.
- No deben afectar significativamente la resistencia del elemento.

Lo anterior, podemos visualizarlo en la figura 2.1.

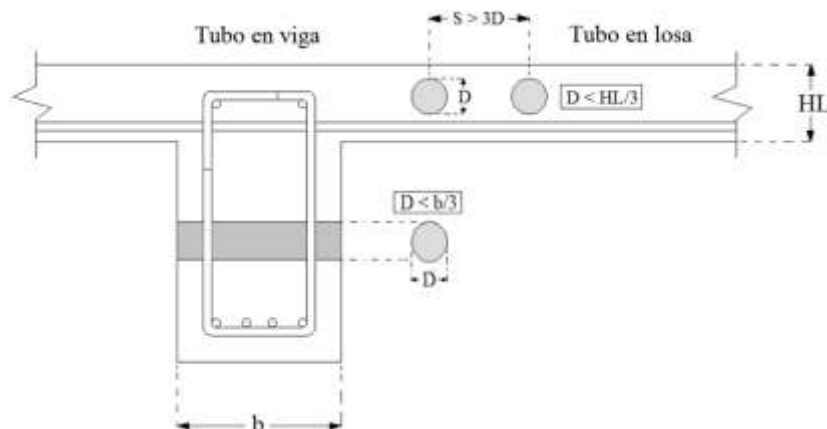


Figura 2.1
Disposiciones dadas en el reglamento NSR-10 para
embeber tuberías y ductos en vigas o losas de concreto reforzado

Ahora bien, el reglamento considera que los ductos, tuberías e insertos sustituyen estructuralmente en compresión al concreto desplazado si cumplen con las siguientes especificaciones:

- No estén expuestos a la corrosión o a otra causa de deterioro.
- Sean de acero o hierro sin revestimiento o galvanizado, de espesor no menor que el del tubo de acero calibre estándar número 40.
- Tengan un diámetro interior nominal no superior a 50 mm y estén separados no menos de 3 diámetros medido de centro a centro.

Finalmente el reglamento indica que las tuberías y ductos deben fabricarse e instalarse de tal forma que no requiera cortar, doblar, o desplazar el refuerzo de su posición apropiada.

Como comentario final al capítulo C.6.3. “Embebidos en el concreto” se constata que dicho capítulo fue actualizado pero mantiene el mismo enfoque que el reglamento NSR-98, el cual, no indica ningún criterio referido a la ubicación que debieran tener los ductos que atraviesan a vigas de concreto reforzado, ni de su influencia en cuanto a la pérdida de resistencia del elemento estructural.

2.2. Criterio del ACI international Publication Series IPS-1

Para efectos de cumplir los requisitos del Título C del Reglamento NSR-10, se permite utilizar el documento “Requisitos esenciales para edificios de concreto reforzado” desarrollado por la Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica (AIS), el Instituto Colombiano de Normas Técnicas y Certificación (Icontec) y el American Concrete Institute (ACI), y publicado bajo la designación ACI IPS-1 en 2002 y por el ACI como ACI 314.1R actualizado recientemente.

En la publicación del ACI IPS-1 del 2002, en su capítulo sobre “ductos, aberturas y tuberías embebidas” indica que no se pueden embeber en elementos estructurales tuberías o conductos de aluminio. No se pueden embeber conductos o tuberías dentro de una columna.

Lo más significativo de la publicación del ACI IPS-1, es referido a los conductos y tuberías que atraviesan vigas, vigas maestras y viguetas, planteando que cualquier conducto o tubería que atraviesa una viga, viga maestra o vigueta debe tener un diámetro exterior menor que $1/3$ de la altura del elemento “ h ” cuando lo atraviesa horizontalmente, y menor que $b/3$ cuando lo atraviesa verticalmente. Los conductos o tuberías deben ubicarse en planta a no menos de $L/4$ y no más de $L/3$ de la cara del apoyo. Los conductos y tuberías que atraviesan horizontalmente un elemento se deben localizar en el tercio central de su altura, “ h ”. Los conductos y tuberías que atraviesan verticalmente el elemento se deben localizar en el tercio central de su ancho, “ b ”. Las tuberías y conductos deben tener una separación horizontal de por lo menos tres veces su diámetro, medido entre centro a centro.

Reproduciendo en forma gráfica lo indicado en el ACI IPS-1, se observa la figura 2.1

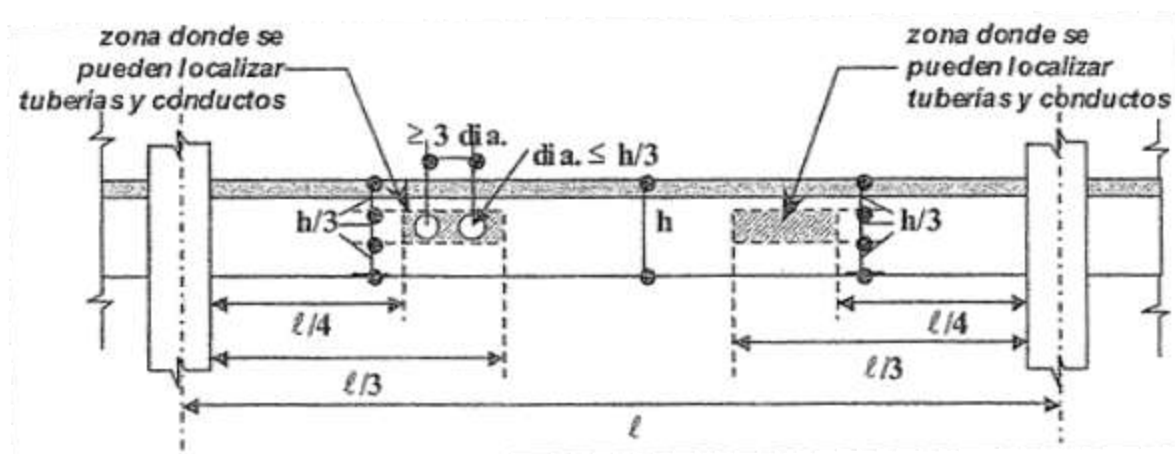


Figura 2.2

Localización de conductos y tuberías que atraviesan horizontalmente vigas, vigas maestras y viguetas de concreto reforzado, tomado del ACI IPS-1.

2.3. Criterio del ACI 318S-08

El título C del Reglamento NSR-10, fue elaborado por la Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica (AIS) en base del reglamento ACI 318S-08 y debidamente autorizados por el American Concrete Institute, Farmington Hill, Michigan, USA. Por lo que prácticamente los criterios del ACI 318S-08 referidos a los embebidos en el concreto son los mismos que los del reglamento NSR-10. A lo cual se suma, que la mayoría de reglamentaciones, y comentarios sobre los “embebidos en el concreto”, están referidos a los lineamientos dados por la ACI 318S-08.

2.4. Antecedentes del tipo de fisuras esperadas

El funcionamiento interno de las vigas de concreto reforzado, trae consigo a dos distintos tipos de materiales (acero de refuerzo y concreto) que van a trabajar en conjunto, para resistir tanto el momento como la fuerza de corte internos. Y a pesar que se cuenta con una metodología de diseño que explica y cuantifica el funcionamiento del par de fuerzas interno, aun no es posible predecir el patrón de fisuras según una configuración específica de cargas y propiedades de los materiales.

Se ha realizado una gran cantidad de trabajos de investigación sobre el tema del cortante y de la tensión diagonal en las vigas no homogéneas de concreto reforzado y se han desarrollado numerosas teorías. A pesar de todo, no ha sido posible proporcionar una explicación convincente del mecanismo de falla implicado. En consecuencia, los patrones de fisuras se basan principalmente en los resultados obtenidos de laboratorio.

Una posible explicación sobre la incertidumbre en cuanto a la predicción de patrones de fisuras, es que todavía no se cuenta con un modelo constitutivo de la interface pasta cementante y agregados, al mismo tiempo, que dentro del determinismo que trae consigo cualquier modelo matemático, éste todavía no puede cuantificar la influencia real que tiene el proceso constructivo y el curado, variables fundamentales en la influencia del comportamiento mecánico del concreto.

A pesar de todo, es importante, analizar el patrón de fisuras presente en la vecindad de la abertura transversal de las vigas de concreto reforzado, para luego esquematizar la forma y distribución de las mismas, y de este modo, inferir la causa que las provocó. Por lo que procederemos a caracterizar los tipos de fisuras más comunes que se presentan en las vigas de concreto reforzado.

2.4.1. Fisuras de fuerza de corte por tracción diagonal

Las principales características de este tipo de fisuras (figura 2.3 y figura 2.4), es que se presentan con una inclinación de unos 45° con la directriz de la pieza si en la zona no hay un momento flector apreciable. Si lo hay, el ángulo puede ser mayor. Son fisuras de ancho variable, mayor a nivel del acero de refuerzo de tracción. Generalmente la fisura se cierra al llegar a la cabeza comprimida, y frecuentemente se presentan varias fisuras paralelas, pero con separación apreciable. Las causas de este tipo de fisura inclinada, es la excesiva tracción (diagonal) en el concreto.

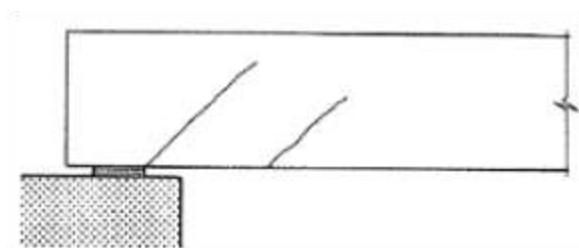


Figura 2.3

Fisuras producidas por fuerza de corte por tracción diagonal

La formación de estas grietas, se suele llamar “de cortante en el alma”, puede ocurrir cuando el esfuerzo de tensión diagonal en las proximidades del eje neutro, alcanza valores similares al de la resistencia a la tensión del concreto. Las grietas de cortante en el alma se presentan en especial cerca de los apoyos de vigas de gran altura y alma delgada, o en los puntos de inflexión de vigas continuas.

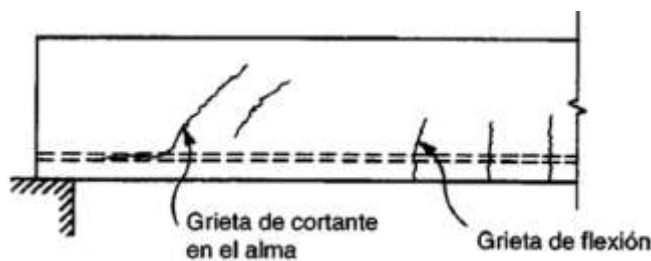


Figura 2.4

Agrietamiento de corte en el alma

Las grietas inclinadas pueden desarrollarse en las almas de vigas de concreto reforzado, ya sea como extensión de las grietas de flexión o bien ocasionalmente como grietas independientes. Conforme una grieta se desplaza hacia el eje neutro, habrá una menor cantidad de concreto disponible para resistir la fuerza de corte, esto es, los esfuerzos cortantes aumentarán su valor en el concreto arriba de la grieta. Hay que recordar que en el eje neutro, los esfuerzos de flexión son nulos y los esfuerzos cortantes alcanzan valores máximos. Por lo que serán los esfuerzos cortantes quienes determinen lo que pasa con las grietas en esa zona.

2.4.2. Fisuras de cortante y flexión

La principal característica de este tipo de fisura (figura 2.5 y figura 2.6) es que se presenta por la acción de los momentos flectores, fisuras mezcladas de corte y flexión, de ancho variable, mayor a nivel de la armadura de tracción. La causa es una combinación de tensiones de tracción por flexión y tracción diagonal.

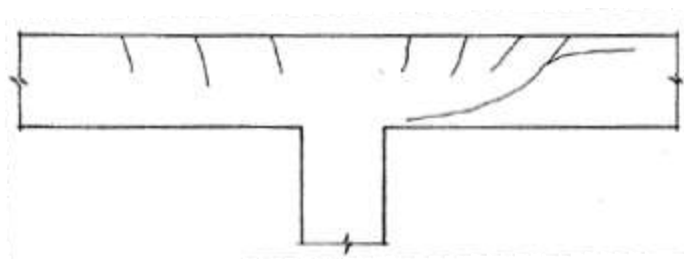


Figura 2.5
Fisuras de corte y flexión

La situación es diferente cuando se tienen fuerzas de corte y momentos flectores con magnitudes grandes. Para una viga bien dimensionada y reforzada, las grietas de tensión por flexión son las que aparecen primero. Su ancho y longitud están bien controlados, gracias a la presencia del acero de refuerzo longitudinal. Pero cuando el esfuerzo de tensión diagonal en la parte superior de una o más de estas grietas excede la resistencia a la tensión del concreto, la grieta se inclina hacia una dirección diagonal y continúa abriéndose y alargándose (figura 2.6). Estas grietas se conocen con el nombre de “grietas de corte y flexión” y son más comunes que las grietas de cortante en el alma.

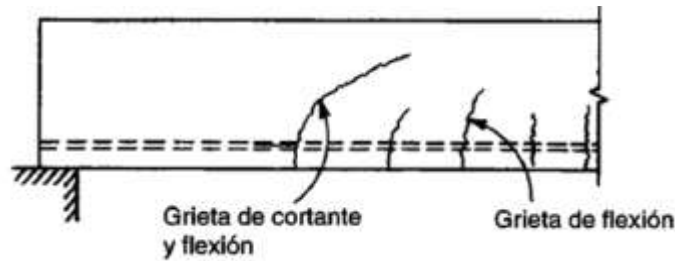


Figura 2.6

Fisuras de corte y flexión en vigas de concreto reforzado

2.4.3. Fisuras causadas por cargas concentradas

Las principales características de este tipo de fisura, es que arranca a 45° con la directriz, a nivel de la armadura de tracción y luego se inclina más dirigiéndose hacia la carga concentrada. Su ancho máximo es variable a nivel de la armadura de tracción, que se va reduciendo hasta anularse al llegar a la cabeza comprimida. Las causas de este tipo de grietas, es la excesiva tracción diagonal mezclada con el efecto local de la transmisión de la carga puntual (concentración de esfuerzos).

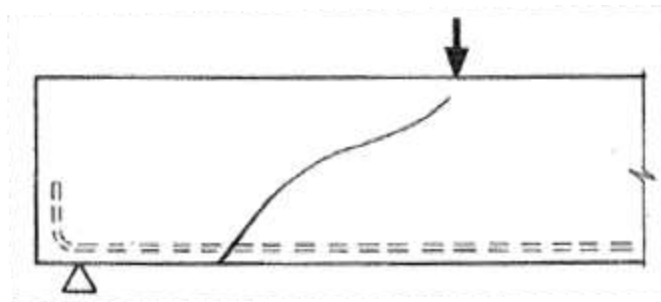


Figura 2.7

Fisura producida por la fuerza de corte en el caso de cargas concentradas

2.4.4. Fisuras en una viga sometida a flexión en la rotura

Una viga de concreto reforzado, al someterla a una carga uniforme, cuyo valor se incrementa paulatinamente hasta llegar a la rotura, y además se la haya diseñado para que el tipo de falla sea dúctil, presentará fisuras de ancho variable en gran número, cerrándose al llegar a la cabeza comprimida. Al crecer la carga, aumentará el número de fisuras hasta un momento en que ya no se producen más de ellas, sino que aumenta el ancho de las ya existentes, en ese instante se ha llegado a una fisuración estabilizada.

En flexión simple y en estados avanzados de carga, la fisuración tiene el aspecto indicado en la figura 2.8, donde se advierte que la adherencia está prácticamente destruida en toda la luz y el esquema resistente es el de un arco con tirante.

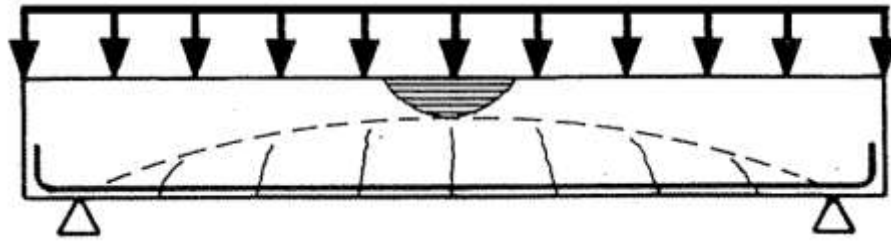


Figura 2.8

Fisuras en una viga sometida a flexión en la rotura

La rotura se produce visualmente en la zona comprimida del concreto (zona sombreada de la figura 2.8), pero realmente la causa es el agotamiento del acero de refuerzo que ha llegado a la fluencia. Para que se produzca este tipo de rotura, es crucial que la cuantía de refuerzo, garantice que el acero llegue a la fluencia antes que el concreto falle por rotura frágil.

2.5. Respuesta esperada para las vigas de concreto reforzado

Para analizar el fenómeno de la flexión en las vigas de concreto reforzado, es importante definir a la curvatura, ϕ , la cual está representada gráficamente en la figura 2.9.

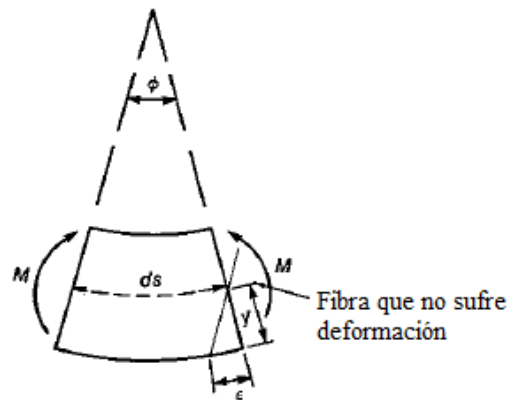


Figura 2.9

Representación gráfica de la curvatura

La figura 2.9 muestra un elemento diferencial de la viga, en la cual están dibujados, los momentos flectores M , los cuales producen un acortamiento en las fibras superiores, y un alargamiento de las inferiores. Ello significa, que existirá una fibra entre estas, que no sufrirá ningún tipo de deformación. Dicha fibra corresponde al llamado eje neutro.

La forma que adquiere el eje neutro, se denomina la “elástica” de la viga, es decir, la deformada por flexión de su eje longitudinal.

Ahora bien, matemáticamente, la curvatura \emptyset , está definida como el inverso del radio de curvatura, es decir:

$$\emptyset = \frac{1}{\rho} \quad (2.1)$$

Donde:

\emptyset = Curvatura [1/m]

ρ = Radio de curvatura [m]

Lo importante de la ecuación (2.1), es que es posible calcular matemáticamente la curvatura, si conocemos previamente su radio. Y para llegar a tal fin, solo necesitamos conocer a la ecuación de la elástica $y = y(x)$, siendo la función $y(x)$, la ecuación de la forma que adopte la viga ya deformada. Solo así, será posible calcular el radio de curvatura, utilizando la siguiente ecuación diferencial:

$$\rho = \frac{(1+y'^2)^{3/2}}{|y''|} \quad (2.2)$$

Donde:

ρ = Radio de curvatura

y' = La primera derivada de la elástica

$|y''|$ = El valor absoluto de la segunda derivada de la elástica

Lo importante de conocer la función de la elástica, radica en que será más fácil calcular su primera y segunda derivada, las cuales estarán en función de la posición “x” a lo largo de la viga, y utilizando la ecuación 2.2, se podrá calcular el valor del radio de curvatura, en cualquier punto a lo largo de ella, y reemplazando dicho valor en la ecuación 2.1 se determinará su curvatura \emptyset , correspondiente.

En la figura 2.10, tomada del libro “Dinámica estructural aplicada al diseño sísmico” (Luis Enrique Garcia, 1998), muestra el comportamiento de una viga de concreto reforzado, la cual se la va cargando de una forma gradual, desde cero hasta llegar a la carga de falla.

Se observa que la viga, se comporta de una manera linealmente elástica hasta el punto en el cual se fisura el concreto en tensión en la parte inferior de ella. Este punto se denomina punto de agrietamiento, y le corresponde un momento $M = M_{cr}$ (momento de agrietamiento), el cual corresponde a una curvatura $\emptyset = \emptyset_{cr}$ (curvatura de agrietamiento) y la rigidez hasta este punto se puede describir por medio del producto EI_g , donde “E” es el

módulo de elasticidad del concreto y “ I_g ” es el momento de inercia de la sección transversal no fisurada.

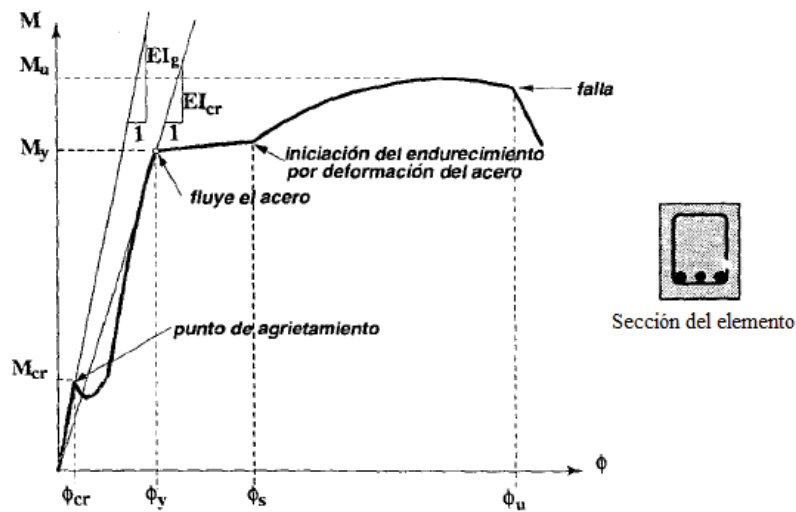


Figura 2.10
Relación momento curvatura típica, de una viga de concreto reforzado

En la medida que aumenta el momento, se incrementa la fisuración en la parte inferior de la viga, por lo que el eje neutro de la sección transversal va subiendo cada vez más, esto ocasiona que los esfuerzos, tanto en el concreto como en el acero, vayan incrementando su valor.

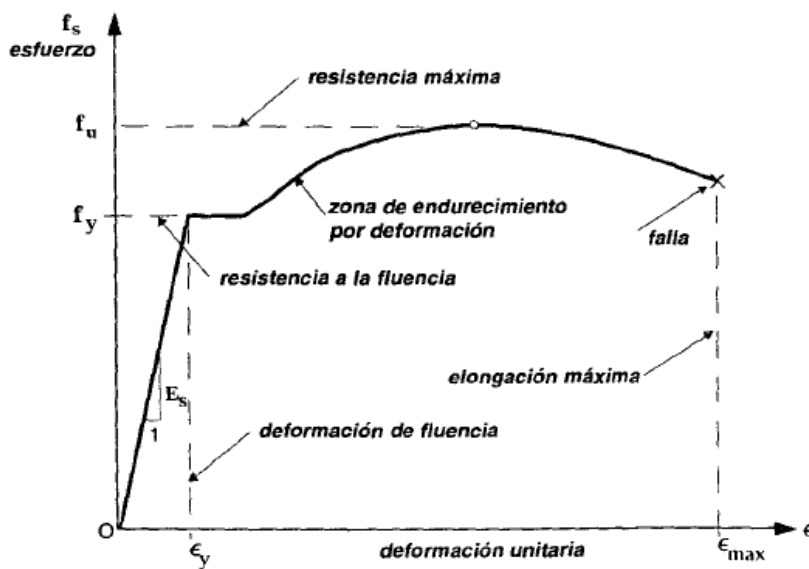


Figura 2.11
Curva esfuerzo deformación, del acero de refuerzo

En el momento en que el acero de refuerzo llega a su resistencia de fluencia f_y (ver figura 2.11 en la cual, está graficada la curva esfuerzo deformación del acero de refuerzo), hay un cambio en el comportamiento de la sección, que es consecuencia del cambio en el comportamiento del acero. Allí es posible definir un momento de fluencia M_y , con una curvatura de fluencia ϕ_y , y una rigidez El_{cr} , que se denomina rigidez fisurada, donde el término “ I_{cr} ” corresponde al momento de inercia de la sección transversal fisurada.

Esta rigidez fisurada, describe aproximadamente el comportamiento de la sección transversal, entre el punto de fisuración y el de fluencia. A partir de ese punto hay un aumento en la curvatura de la sección, sin que se presente un mayor aumento en el momento hasta el punto en que se empieza a presentar un aumento de la resistencia del acero debida al fenómeno de endurecimiento por deformación (ver figura 2.11). Allí puede definirse una curvatura por endurecimiento por deformación ϕ_s .

La resistencia del elemento estructural, se incrementa hasta llegar al punto de máxima resistencia del acero f_u (ver figura 2.11), obteniéndose así la máxima resistencia de la sección M_u . El momento empieza a disminuir en la medida que la resistencia del acero baja, hasta que éste falla a la tensión. Allí se obtiene la máxima curvatura en la sección ϕ_u .

El comportamiento mostrado en la figura 2.10, se presenta cuando la cuantía de acero longitudinal es relativamente baja, permitiendo que el acero de refuerzo llegue a fluencia, antes de que se presente una falla por compresión en el concreto. Así mismo, la sección debe tener una resistencia a fuerza de corte adecuada, para que la falla sea por flexión y no por corte, la cual es una falla frágil.

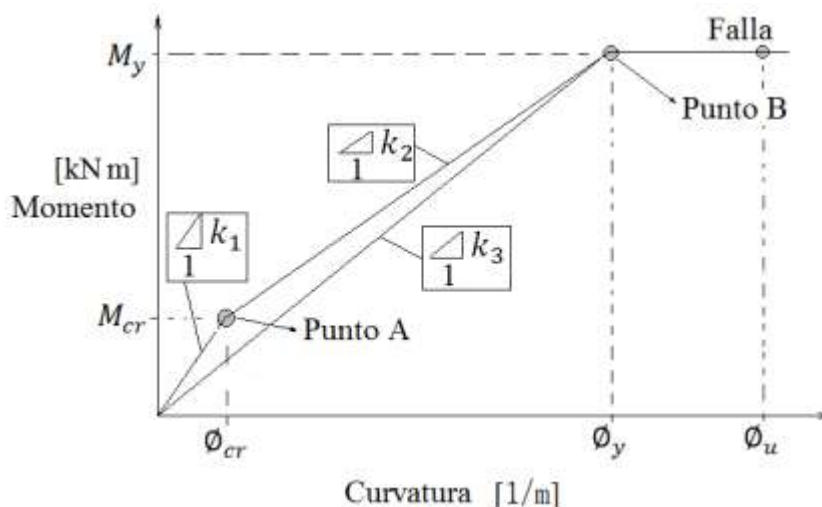


Figura 2.12
Relación momento curvatura, para el ensayo experimental

Para un análisis experimental del fenómeno de la flexión, en vigas de concreto reforzado, tomamos el modelo propuesto por (Macgregor, 1997), representado en la figura 2.12. El punto A, es el momento en que ocurre la fisuración del concreto en la fibra inferior de la sección transversal de la viga, mientras que el punto B, corresponde al momento en que empieza a fluir el acero de refuerzo. Lo interesante del modelo de Macgregor, será el suponer como hipótesis de trabajo, que la relación momento curvatura luego de haber ocurrido la fluencia del acero de refuerzo, es prácticamente constante. Esto nos permitirá inferir la curvatura de agrietamiento, conociendo el valor del momento último que será igual al momento de fluencia. Ahora bien, los valores más importantes de la relación momento curvatura, para el ensayo experimental, (ver figura 2.12), son:

ϕ_{cr} = Curvatura de agrietamiento.

ϕ_y = Curvatura de fluencia.

ϕ_u = Curvatura última.

M_{cr} = Momento de agrietamiento.

M_y = Momento de fluencia.

Como se observa en la figura 2.12 y como se señaló anteriormente, se define a la constante k_1 , para el rango desde cero hasta el punto en que ocurre la primera fisura en la fibra inferior de la sección transversal de la viga, como:

$$k_1 = EI_g \quad (2.3)$$

Donde:

k_1 = rigidez no fisurada

E = Módulo de elasticidad del concreto

I_g = momento de inercia de la sección transversal no fisurada

Mientras que la constante k_2 , será igual a la pendiente de la recta desde el punto de agrietamiento hasta el momento en que empieza la fluencia del acero de refuerzo en tensión, donde la constante k_3 , será igual a:

$$k_3 = EI_{cr} \quad (2.4)$$

Donde:

k_3 = rigidez fisurada

E = Módulo de elasticidad del concreto

I_{cr} = momento de inercia de la sección transversal fisurada

Tanto las ecuaciones 2.3 como 2.4 pueden manejar cualquier sistema de unidades, siendo consistente el análisis dimensional de las mismas.

2.6 Resistencia última esperada

Podemos asumir de forma a priori, que la disposición del ducto embebido, transversal a la viga de concreto reforzado, puede producir discontinuidades dentro del elemento estructural, el cual puede alterar el flujo normal de las fuerzas internas, lo que conduciría a una concentración de esfuerzos, ocasionando no solo la falla prematura de la viga, sino también un patrón de fisuras propio de la concentración de esfuerzos.

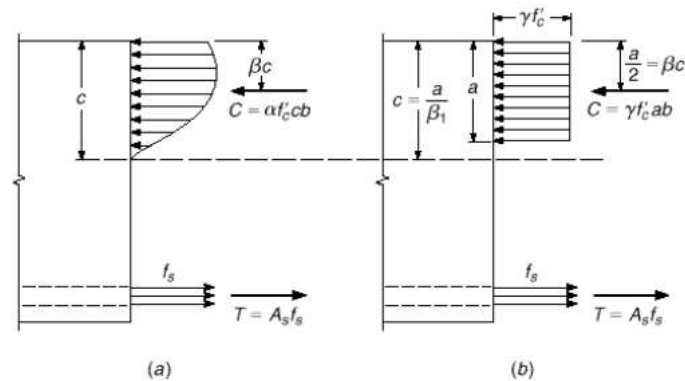


Figura 2.13

Distribución real y rectángulo equivalente, de la distribución de esfuerzos en el concreto

Para el diseño a flexión de vigas de concreto reforzado, se emplea la ya conocida distribución rectangular de esfuerzo (ver figura 2.13. b), en la cual es posible obtener una resultante “C” al igual que su posición “a/2”, las cuales coinciden con los valores reales para el caso de la distribución real de esfuerzos en el concreto (figura 2.13 a).

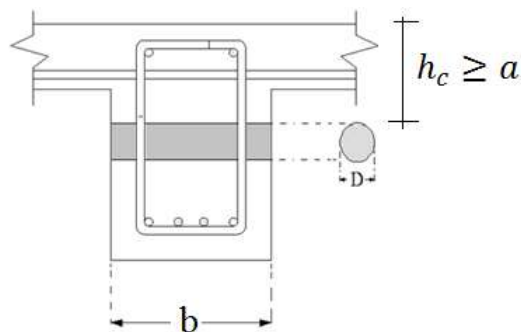


Figura 2.14

Profundidad teórica mínima, que debería cumplir el ducto embebido

Lo anterior es una introducción para proponer una hipótesis de trabajo, la cual será probar, que la capacidad del momento último, en las vigas de concreto reforzado con ductos embebidos, no se verá afectado, siempre y cuando la altura mínima a la que se encuentre ubicado el ducto embebido h_c , sea mayor o igual a la profundidad del bloque rectangular de compresiones “a” (figura 2.14) es decir, $h_c \geq a$, donde realizando el equilibrio de fuerzas horizontales (ver figura 2.13 b) se demuestra que el valor de la profundidad del bloque rectangular “a”, es igual a:

$$h_c \geq \frac{A_s f_y}{0,85 f'_c b} \quad (2.5)$$

Donde:

A_s = Acero de refuerzo longitudinal de la viga de concreto reforzado.

f_y = Resistencia específica a la fluencia del acero de refuerzo.

f'_c = Resistencia específica a la compresión del concreto.

b = Ancho de la sección transversal de la viga.

La ecuación 2.5, puede manejar cualquier sistema de unidades, siendo consistente el análisis dimensional de las mismas.

El anterior criterio, debe ser tomado con cautela, ya que no representa ninguna verificación para cumplir las deflexiones y ancho de fisuras admisibles exigidos por el reglamento de la NSR-10, dado que el ducto embebido, reduciría la sección transversal de la viga, ocasionando una reducción en su momento de inercia, causando mayores deflexiones sin mencionar una temprana aparición de fisuras.

CAPITULO III

DESCRIPCION DE LA METODOLOGÍA EXPERIMENTAL

3.1. Criterios de diseño

En el siguiente capítulo, se detallará tanto el análisis de las cargas, como el procedimiento de diseño de las vigas usadas en la investigación. Para lo cual, se siguió los lineamientos, del Reglamento Colombiano de Construcción Sismo Resistente NSR-10, utilizando el método de la resistencia.

3.1.1. Análisis de cargas

Para seleccionar el tipo de refuerzo a ser utilizado en la experimentación, se lo obtuvo en base a un análisis de cargas, compatible con un diseño de oficinas con particiones fijas de mampostería, fijando una sección de la viga de la forma:

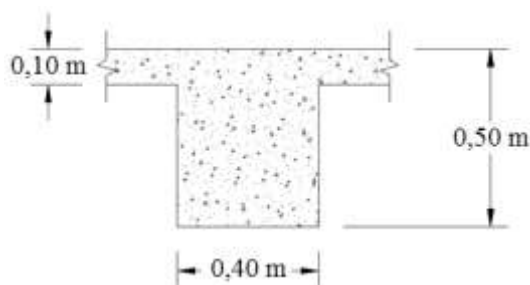


Figura 3.1

Sección transversal de la viga

La anterior sección transversal, forma parte del siguiente esquema estructural, conformado por un área aferente igual a la mostrada en la figura 3.2.

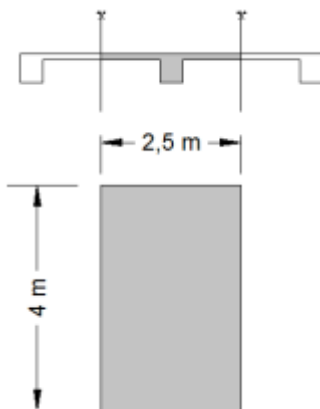


Figura 3.2
Área aferente de diseño

Tomando en cuenta, al área aferente, se obtuvo el peso propio de la viga más el peso propio de la losa de concreto, igual a:

$$PP = 24. [2,5.0,1 + (0,5 - 0,1). 0,4] = \underline{9,84 \text{ kN/m}}$$

Para la carga muerta de los elementos no estructurales, se utilizó los valores dados en el capítulo B.3.4 del título B de la NSR-10, adoptando los siguientes valores:

Cargas muertas de los elementos no estructurales	kN/m ²
Pañete en yeso o concreto	0,25
Baldosa cerámica (20 mm) sobre 25 mm de mortero	1,1
Ductos mecánicos	0,2
Cielo raso falso	0,35
TOTAL =	1,9

Con el valor de la carga superficial de 1,9 kN/m², se la transforma a una carga lineal, multiplicándola por el ancho del área aferente igual a 2,5 metros.

$$\text{Carga muerta de los elementos no estructurales} = 1,9. 2,5 = \underline{4,75 \text{ kN/m}}$$

Calculada la carga por peso propio, y la correspondiente a la carga muerta de los elementos no estructurales, se determinó la carga muerta total igual a:

Carga muerta total	kN/m
Peso propio viga + losa	9,84
Carga muerta de los elementos no estructurales	4,75
TOTAL =	14,59

Siguiendo el Reglamento de la NSR-10 (sección B.4.2), se adoptó un valor de carga viva uniformemente distribuida igual a 2kN/m², correspondiente para oficinas. Dicha carga superficial, se la transforma a una carga lineal, multiplicándola por el ancho del área aferente igual a dos punto cinco metros. Por lo que:

$$\text{Carga viva} = 2. 2,5 = \underline{5 \text{ kN/m}}$$

Con las cargas tanto viva como muerta, se procede a determinar el valor de la carga de trabajo dada por:

Carga de trabajo	kN/m
Carga muerta	14,59
Carga viva	5
TOTAL =	19,59

Dado que la carga de trabajo resultó ser del orden de los 19,59 kN/m. Para la presente investigación se adoptó un valor de 20 kN/m, como carga de trabajo.

3.1.2. Factor de mayoración global

Utilizando las combinaciones mínimas de cargas mayoradas del reglamento de la NSR-10 (sección B.2.4.2), se usó la siguiente combinación mínima posible:

$$q_u = 1,2D + 1,6L = 1,2 \cdot 14,59 + 1,6 \cdot 5 = \underline{25,51 \text{ kN/m}}$$

Adoptando la carga mayorada máxima, $q_u = 25,51 \text{ kN/m}$, y sabiendo que la carga de trabajo es de $q = 19,59 \text{ kN/m}$, se procede a determinar el factor de resistencia global (U) igual a:

$$U = \frac{q_u}{q} = \frac{25,51}{19,59} = \underline{1,3}$$

Para la presente investigación, se utilizó un factor de resistencia global $U = 1,5$.

Dado que el factor de seguridad (FS) está definido como el factor de resistencia global (U) dividido por el factor de reducción de resistencia ϕ , donde $\phi = 0,9$ para la flexión y $\phi = 0,75$ para corte, se obtienen los siguientes factores de seguridad.

$$FS_{\text{corte}} = \frac{FS}{\phi_{\text{corte}}} = \frac{1,5}{0,75} = \underline{2}$$

$$FS_{\text{flexión}} = \frac{FS}{\phi_{\text{flexión}}} = \frac{1,5}{0,9} = \underline{1,7}$$

3.1.3. Selección de los materiales

Los materiales a ser utilizados en la presente investigación, será un concreto con una resistencia específica a la compresión de 28,1MPa, y un acero de resistencia específica a la fluencia de 420 MPa.

3.1.4. Diseño a flexión

Con el valor de la carga de trabajo, se procede a definir el esquema estructural, para una viga simplemente apoyada, con una luz libre de cuatro metros (figura 3.3).

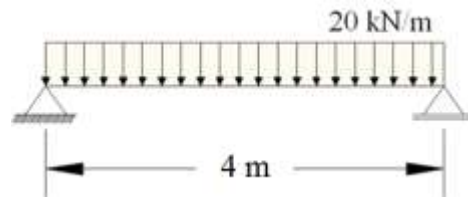


Figura 3.3
Esquema estructural

Una vez definido el valor de la carga de trabajo, se procede a calcular el momento en el centro luz igual a:

$$M = \frac{ql^2}{8} = \frac{20 \cdot 4^2}{8} = \underline{40 \text{ kNm}}$$

Utilizando el factor de resistencia global $U = 1,5$ se calcula el momento último como:

$$M_u = U \cdot M = 1,5 \cdot 40 = \underline{60 \text{ kNm}}$$

Ya definidos los materiales, se determina la cuantía de refuerzo, resolviendo la siguiente ecuación cuadrática.

$$M_u = \phi f_y \rho (1 - 0,59 \rho f_y / f_c') b d^2$$

$$\rho = \underline{0,0021}$$

Ahora bien, se procede a determinar la cuantía mínima del refuerzo, dado por el mayor valor de:

$$\rho_{min} = \begin{cases} \frac{14}{f_y} = \frac{14}{420} = 0,0033 \\ \frac{0,25\sqrt{f'_c}}{f_y} = \frac{0,25\sqrt{28,1}}{420} = 0,0032 \end{cases}$$

Comparando la cuantía mínima con la cuantía calculada, se observa que se deberá utilizar la cuantía del refuerzo igual a 0,0033. Dando como resultado, un área de acero igual a:

$$A_s = \rho b d = 0,0033 \cdot 0,4 \cdot (0,5 - 0,06) = \underline{0,0005808 \text{ m}^2}$$

Dada la demanda del acero de refuerzo, se utilizó tres barras de diámetro número 5 (cinco octavos de pulgada), dando un área igual a:

$$A_s = 3\phi 5/8'' = 3 \cdot 1,99 \cdot 10^{-4} = \underline{0,000597 \text{ m}^2}$$

Al utilizarse tres barras N° 5, se advierte que el espaciamiento entre el refuerzo longitudinal es de 0,127m (figura 3.4), por lo que es necesario verificar si tal espaciamiento cumple con el reglamento.

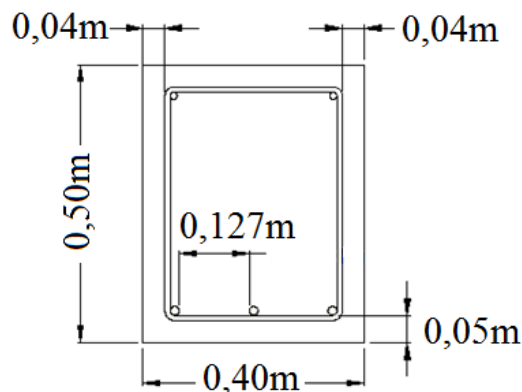


Figura 3.4
Espaciamiento del refuerzo
longitudinal

El reglamento (sección 10.6.4) establece que el espaciamiento del refuerzo más cercano a una superficie en tracción, no debe ser mayor que el dado por:

$$s = 380 \left(\frac{280}{f_s} \right) - 2,5c_c \leq 300 \left(\frac{280}{f_s} \right)$$

Donde:

s = espaciamiento (en mm).

f_s = el esfuerzo calculado en el refuerzo más cercano a la cara en tracción para cargas de servicio, debe obtenerse con base en el momento no mayorado. Se permite tomar como 2/3 de f_y (en MPa).

c_c = es la menor distancia desde la superficie del refuerzo a la cara en tracción (en mm).

Reemplazando datos, tenemos:

$$s = 380 \left(\frac{280}{\frac{2}{3} \cdot 420} \right) - 2,5 \cdot 60 \leq 300 \left(\frac{280}{\frac{2}{3} \cdot 420} \right)$$

$$s = 230 \text{ mm} \leq 300 \text{ mm}$$

Verificamos: $127 \text{ mm} < 230 \text{ mm}$

3.1.5. Diseño a corte

Para diseñar los estribos, primero se define el tipo de acero que se quiere utilizar. Para la investigación, se utilizó un acero de diámetro N° 3 (3/8”), como lo dictamina el reglamento en su sección C.21.3.4.6 en el cual establece que para vigas con capacidad moderada de disipación de energía (DMO), en ambos extremos del elemento, deben disponerse estribos cerrados de confinamiento al menos N°3 (3/8”) ó 10M (10mm).

Definido el acero de refuerzo para cortante, se determina la altura efectiva igual a:

$$d = h - r = 0,50 - \left(0,04 + \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{8} \right) \cdot 0,0254 \right) = \underline{0,44 \text{ m}}$$

Sabiendo el diámetro del acero, se puede determinar el área del refuerzo igual a:

$$A_v = 2,0,000071 = \underline{0,000142 \text{ m}^2}$$

La fuerza de corte producida por la carga de trabajo, a una distancia “d” medido desde la cara del apoyo, para el caso de la viga simplemente apoyada es:

$$V = \frac{20.4}{2} - 20.0,44 = \underline{31,2 \text{ kN}}$$

Utilizando el factor de resistencia global $U = 1,5$ se calcula la fuerza de corte mayorada.

$$V_u = 1,5 V = 1,5.31,2 = \underline{46,8 \text{ kN}}$$

Se procede a calcular la fuerza de corte que aporta el concreto igual a:

$$\begin{aligned}\phi V_c &= \phi \cdot 0,17 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d \cdot 1000 \\ \phi V_c &= 0,75 \cdot 0,17 \cdot 1 \cdot \sqrt{28,1} \cdot 0,4 \cdot 0,44 \cdot 1000 \\ \phi V_c &= \underline{118,95 \text{ kN}}\end{aligned}$$

Calculando la diferencia entre la fuerza de corte última y la fuerza de corte que aporta el concreto $V_u - \phi V_c$, se obtiene un valor negativo, por lo que se exige calcular un espaciamiento mínimo, mediante la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned}s &\leq \frac{A_v \cdot f_{yt}}{0,062 \sqrt{f'_c} b_w} \\ s &\leq \frac{0,000142.420}{0,062 \sqrt{28,1} \cdot 0,4} = \underline{0,45 \text{ m}}\end{aligned}$$

Tal espaciamiento no debe ser mayor a $\frac{A_v \cdot f_{yt}}{0,35 b_w}$, es decir:

$$\frac{A_v \cdot f_{yt}}{0,35 b_w} = \frac{0,000142.420}{0,35 \cdot 0,4} = \underline{0,43 \text{ m}}$$

Pero cabe recordar que para vigas con capacidad moderada de disipación de energía (DMO) el reglamento exige que el espaciamiento de los estribos cerrados de confinamiento no debe exceder el menor valor de:

$$s \leq \begin{cases} \frac{d}{4} = \frac{0,44}{4} = \underline{0,11 \text{ m}} \\ 8\phi_L = 8 \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,0254 = \underline{0,102 \text{ m}} \\ 24\phi_E = 24 \cdot \frac{3}{8} \cdot 0,0254 = \underline{0,229 \text{ m}} \\ \underline{0,3 \text{ m}} \end{cases}$$

Donde ϕ_L y ϕ_E corresponden al diámetro de la barra longitudinal confinada más pequeña y al diámetro de la barra del estribo cerrado de confinamiento respectivamente.

Siendo los diez centímetros el menor valor para el espaciamiento, por lo que para los estribos se utiliza un acero $\phi 3/8''$ c/0,10m.

3.1.6. Resumen del diseño

De todo lo señalado anteriormente, se resume el acero de refuerzo adoptado para la sección transversal de las vigas utilizadas en la investigación (ver figura 3.5).

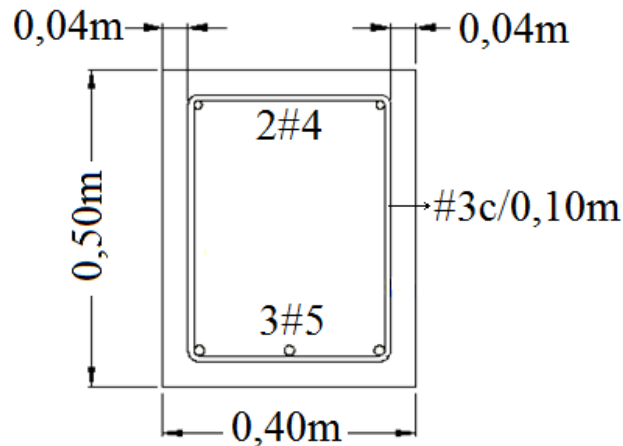


Figura 3.5

Viga utilizada en la investigación

3.1.7. Deflexiones esperadas para la viga de control

El reglamento de la NSR-10, en su sección C.9.5.1. indica que los elementos de concreto reforzado sometidos a flexión, deben diseñarse para que tengan una rigidez adecuada, con el fin de limitar cualquier deflexión que pudiera afectar adversamente la resistencia o el funcionamiento de la estructura. El reglamento también indica, que las deflexiones que ocurran inmediatamente con la aplicación de la carga, deben calcularse mediante los métodos o fórmulas usuales para deflexiones elásticas, tomando en consideración los efectos de la fisuración y del refuerzo en la rigidez del elemento.

A menos que los valores de rigidez se obtengan mediante un análisis más completo, las deflexiones inmediatas deben calcularse usando el módulo de elasticidad, E_c igual a $\omega_c^{1,5} 0,043 \sqrt{f'_c}$ (en MPa), para valores de ω_c comprendidos entre 1440 y 2560 kg/m³. Para concretos de densidad normal, E_c , puede tomarse como $4700 \sqrt{f'_c}$.

El momento de inercia efectivo I_e , no mayor que I_g , se calcula con la siguiente expresión:

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 \cdot I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right] \cdot I_{cr} < I_g$$

Donde:

M_{cr} : Es el momento de fisuración $= \frac{f_r I_g}{y_t}$

f_r : Es el módulo de ruptura del concreto, que para el caso de un concreto de peso normal $= 0,62\lambda\sqrt{f'_c}$ (para concreto de peso normal $\lambda=1$).

y_t : Es la distancia medida desde el eje centroidal de la sección total, sin considerar el refuerzo, hasta la fibra extrema a tracción, en mm.

I_g : Es el momento de inercia, de la sección bruta de la viga.

M_a : Es el momento máximo en el elemento para el nivel de carga que se está evaluando.

I_{cr} : Es el momento de inercia, de la sección de la viga, fisurada transformada.

Las deflexiones adicionales a largo plazo causadas por la retracción de fraguado y el flujo plástico deben determinarse multiplicando las deflexiones inmediatas causadas por la carga muerta considerada, por el coeficiente λ , igual a:

$$\lambda = \frac{\xi}{1 + 50\rho'}$$

Donde:

ρ' : Es la cuantía de refuerzo a la compresión $= \frac{A_s'}{b d}$; calculado en el centro de la luz para luces simplemente apoyadas y continuas, mientras que para casos de voladizo sería su punto de apoyo.

ξ : Es el factor dependiente del tiempo para cargas sostenidas. Ver tabla 3.1

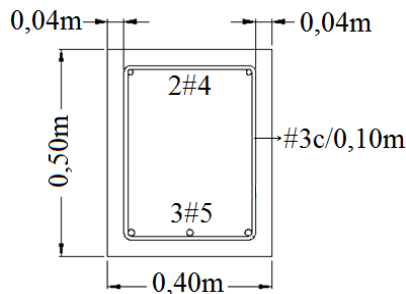
Tabla 3.1
Valores de ξ en función del tiempo

Tiempo	ξ
5 años o más	2
12 meses	1,4
6 meses	1,2
3 meses	1

Para el caso de estudio, se tiene una viga de concreto reforzado de 0,40 x 0,50 m de sección transversal, la cual estará simplemente apoyada en una luz de 4 metros, fundida con un concreto cuya resistencia específica a la compresión es de $f'_c = 28,1 \text{ MPa}$, con un acero de refuerzo cuya resistencia específica a la fluencia es de $f_y = 420 \text{ MPa}$ y una carga muerta y viva de servicio igual a $CM = 14,59 \text{ kN/m}$ y $CV = 5 \text{ kN/m}$ respectivamente.

Ahora bien, para calcular las deflexiones inmediatas causadas por las cargas aplicadas en el ensayo, se cuentan con los siguientes datos iniciales.

Datos iniciales:



$$f'_c = 28,1 \text{ MPa}$$

$$f_y = 420 \text{ MPa}$$

$$b = 0,4 \text{ m}$$

$$h = 0,5 \text{ m}$$

$$d = 0,5 - \left(0,04 + \frac{3}{8} \cdot 0,0254 + \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{8} \cdot 0,0254 \right) = \underline{0,44 \text{ m}}$$

$$d' = 0,04 + \frac{3}{8} \cdot 0,0254 + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{8} \cdot 0,0254 = \underline{0,06 \text{ m}}$$

$$A_s = 3,1,99 \cdot 10^{-4} = \underline{0,000597 \text{ m}^2}$$

$$A_s' = 2,1,29 \cdot 10^{-4} = \underline{0,000258 \text{ m}^2}$$

$$\rho = \frac{A_s}{b d} = \frac{0,000597}{0,4 \cdot 0,44} = \underline{0,003392}$$

$$\rho' = \frac{A_s'}{b d} = \frac{0,000258}{0,4 \cdot 0,44} = \underline{0,001466}$$

Las deflexiones inmediatas se calcularán con las fórmulas de la teoría elástica, considerando los efectos que tienen la fisuración y el refuerzo sobre la rigidez de la viga.

Para el cálculo de las deflexiones inmediatas se debe determinar la profundidad del eje neutro bajo las cargas de servicio, utilizando el método de la sección transformada, para lo cual trabajaremos en milímetros.

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{200\,000}{4700\sqrt{28,1}} = 8$$

$$b = 400 \text{ mm}$$

$$d = 440 \text{ mm}$$

$$d' = 60 \text{ mm}$$

$$A_s = 597 \text{ mm}^2$$

$$A_s' = 258 \text{ mm}^2$$

Para determinar la profundidad del eje neutro “x”, emplearemos la ecuación dada por (Segura, 2006).

$$\frac{bx^2}{2} + (2n - 1) As'(x - d') = n As (d - x)$$

Reemplazando valores, tenemos:

$$\frac{400x^2}{2} + (2.8 - 1) 258 (x - 60) = 8.597.(440 - x)$$

$$x = \underline{88 \text{ mm}}$$

Por tanto, el momento de inercia de la sección transformada fisurada I_{cr} es:

$$I_{cr} = \frac{bx^3}{3} + (2n - 1)As'(x - d')^2 + n As (d - x)^2$$

Reemplazando valores en unidades de centímetros, tenemos:

$$I_{cr} = \frac{40.8,8^3}{3} + (2.8 - 1) 2,58 (8,8 - 6)^2 + 8.5,97.(44 - 8,8)^2$$

$$I_{cr} = \underline{68\,566 \text{ cm}^4}$$

Mientras que el momento de inercia de la sección total I_g , será:

$$I_g = \frac{b h^3}{12} = \frac{40.50^3}{12} = \underline{416\,667 \text{ cm}^4}$$

Posteriormente, calculamos la distancia medida desde el eje centroidal de la sección total, sin considerar el refuerzo, hasta la fibra extrema a tracción “ y_t ”.

$$y_t = 50 - 8,8 = \underline{41,2 \text{ cm}}$$

Ahora procederemos a calcular, el módulo de ruptura del concreto f_r , que para el caso de un concreto de peso normal ($\lambda = 1$) y un concreto cuya resistencia específica a la compresión es de $f'_c = 28,1 \text{ MPa}$, f_r será igual a:

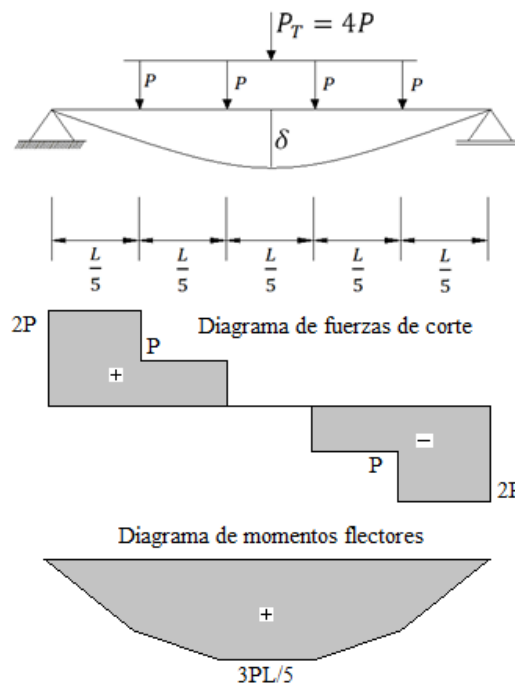
$$f_r = 0,62\lambda\sqrt{f'_c} = 0,62.1\sqrt{28,1} = \underline{3,29 \text{ MPa}}$$

Con los valores ya calculados del módulo de ruptura del concreto f_r , la distancia medida desde el eje centroidal de la sección total, sin considerar el refuerzo hasta la fibra extrema a tracción y_t y el momento de inercia de la sección total I_g del concreto, determinamos el momento de agrietamiento M_{cr} , dado por la siguiente ecuación:

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t} = \frac{3,29 \text{ MPa} \cdot 416\,667 \text{ cm}^4}{41,2 \text{ cm}} = \frac{3\,290 \cdot 0,00416667}{0,412} = \underline{\underline{33,3 \text{ kN.m}}}$$

Sabiendo además, que la carga de servicio, carga viva + carga muerta es de 19,59 kN/m, se le resta la carga debida al peso propio de la viga ($0,4 \times 0,5 \times 24 = 4,8$ kN/m), dando una carga neta de 14,79 kN/m ($19,59 - 4,8 = 14,79$ kN/m). Es importante apuntar, que no se está considerando al peso propio, ya que los deformímetros mecánicos que se le instalaron a las vigas de concreto reforzado, arrancan de cero con el peso propio de las mismas.

Ahora bien, dado que la configuración de la carga está dada por el siguiente esquema:



La carga distribuida de 14,79 kN/m será equivalente a una carga puntual P_T , igual a $P_T = 14,79 \cdot 4 = 59,16 = 60 \text{ kN}$. Donde El momento máximo esperado " M_a ", estará localizado en el intervalo comprendido entre las dos cargas concentradas del medio, igual a:

$$M_a = \frac{3PL}{5} = \frac{3P_T L}{20} = \frac{3 \cdot 60 \cdot 4}{20} = \underline{\underline{36 \text{ kNm}}}$$

Ahora bien, con todos los valores ya calculados previamente, como el momento de agrietamiento M_{cr} , el momento máximo debido a cargas de servicio M_a , el momento de inercia de la sección bruta del elemento con respecto al eje que pasa por el centroide sin tener en cuenta el refuerzo I_g y el momento de inercia de la sección fisurada transformada I_{cr} , los reemplazamos en la ecuación del momento de inercia efectivo dada por:

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 \cdot I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right] \cdot I_{cr} < I_g$$

Reemplazando valores, tenemos:

$$I_e = \left(\frac{33,3}{36}\right)^3 \cdot 416\,667 + \left[1 - \left(\frac{33,3}{36}\right)^3\right] \cdot 68\,566 < 416\,667$$

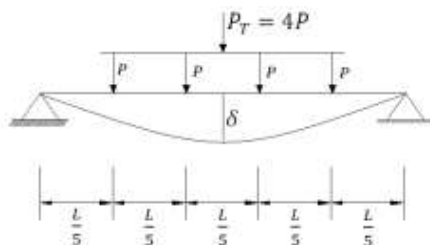
$$I_e = \underline{344\,072\text{cm}^4} < 416\,667\text{cm}^4$$

Del resultado anterior, se espera un momento de inercia efectivo igual a $344\,072\text{cm}^4$, representando un 83% del momento de inercia de la sección bruta $\left(\frac{344\,072}{416\,667} = 0,83\right)$.

Del reglamento de la NSR-10, en su capítulo C.8.5 establece que para concretos de peso normal, se puede adoptar un módulo de elasticidad para el concreto de:

$$E_c = 4700\sqrt{f'_c} = 4700\sqrt{28,1} = \underline{24\,914\text{MPa}}$$

Utilizando cualquier procedimiento dado en el estudio de las deflexiones en vigas, ya sea el método de la viga conjugada o cualquier otro método energético, es posible demostrar que la deflexión en el centro luz de una viga simplemente apoyada, bajo la acción de las cuatro cargas puntuales “P”, aplicadas en puntos equidistantes a lo largo de ella, viene dada por:



$$\delta = 0,01575 \frac{P_T L^3}{EI}$$

La deflexión en el centro luz, está en función de las cuatro cargas puntuales P , o puede expresarse en función de la carga total P_T , ya que $4P = P_T$.

Aplicando la ecuación de la resistencia de materiales con los valores calculados previamente, tomando la precaución de que todas las unidades sean consistentes dimensionalmente, donde P_T está en kN; L en metros; E en kN/m²; y la inercia I en m⁴, tenemos:

$$\delta = 0,01575 \frac{P_T L^3}{EI} = 0,01575 \frac{60.4^3}{24\,914\,000.0,00344\,072} = \underline{0,00071\,m}$$

3.2. Reporte de las fundiciones

Para lograr los objetivos trazados y tomando en cuenta la logística disponible, se realizó un total de tres fundiciones, para cubrir las diez vigas de concreto reforzado necesarias para realizar la investigación (ver tabla 3.2). Para lo cual se sugiere acompañar la siguiente lectura, con el álbum de fotos localizado en anexos.

Tabla 3.2
Número de fundiciones realizadas

Nº	Fecha de la Fundición	Total de vigas fundidas
1	Jueves /26/Agosto /2010	2
2	Jueves /23/Septiembre/2010	4
3	Jueves /14/Octubre /2010	4
Total		10

De lo señalado anterior, se procederá a describir a modo de ficha técnica, cada una de las fundiciones realizadas.

3.2.1. Primera Fundición

La primera fundición, se realizó el jueves veintiséis de agosto. Para lo cual se utilizó 2,5 m³ de concreto premezclado con una grava de tamaño máximo de media pulgada y una resistencia de 28 MPa. La mezcladora, arribó a las instalaciones del laboratorio del IEI de la Universidad Nacional de Colombia (sede Bogotá) a las 7: 00 a.m. y se concluyó la fundición a las 9: 30 a.m.

Para la primera fundición intervinieron cuatro ayudantes y se utilizó un equipo concerniente en un vibrador, tres palas, una llana y veinte probetas cilíndricas de 10cmx20cm para realizar la medida de la resistencia a la compresión del concreto, a los siete, catorce, veintiuno y veintiocho días respectivamente.

Con respecto al proceso de vaciado, un primer ayudante confeccionaba los cilindros con las probetas de 10cm x 20cm, al tiempo que colaboraba con un segundo y tercer ayudante que con las palas vaciaban el concreto a las formaletas metálicas, mientras que un cuarto ayudante se encargaba del proceso de vibrado. Una vez se terminaba de fundir la primera viga, un ayudante procedía a nivelar y refinar la superficie de la viga utilizando la llana. Se fundieron un total de dos vigas, correspondientes a las vigas de control sin perforaciones.

3.2.2. Segunda Fundición

La segunda fundición, se realizó el jueves veintitrés de septiembre. Para lo cual se utilizó 4 m³ de concreto premezclado con una grava de tamaño máximo de media pulgada y una resistencia de 28 MPa. Para los ductos se utilizó una tubería PVC, con diámetro interior de dos pulgadas, cumpliendo lo establecido en el Reglamento de la NSR-10, en su capítulo C.6.3. “Embebidos en el concreto”.

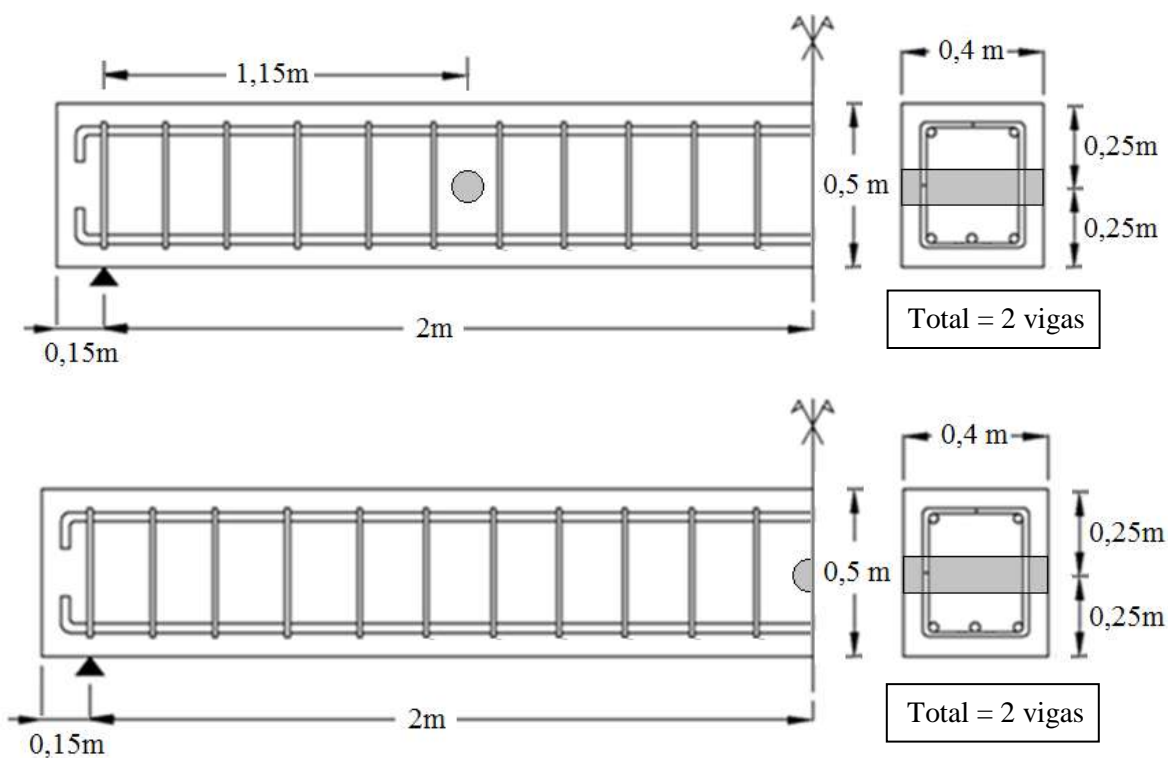


Figura 3.6

Vigas de concreto reforzado vaciadas en la segunda fundición

La mezcladora, arribó a las instalaciones del laboratorio del IEI de la Universidad Nacional de Colombia (sede Bogotá) a las 7: 30 a.m. y se concluyó la fundición a las 10: 30 a.m.

Para la segunda fundición intervinieron cinco ayudantes y se utilizó un equipo concerniente en un vibrador, cuatro palas, una llana y veinte probetas cilíndricas de 10cmx20cm para realizar la medida de la resistencia a la compresión del concreto, a los siete, veintiuno y veintiocho días respectivamente.

Con respecto al proceso de vaciado, un primer ayudante confeccionaba los cilindros con las probetas de 10cm x 20cm, al tiempo que colaboraba con otros tres ayudantes que con las palas vaciaban el concreto a las formaletas metálicas, mientras que un quinto ayudante se encargaba del proceso de vibrado. Una vez se terminaba de fundir la primera viga, un ayudante procedía a nivelar y refinar la superficie de la viga utilizando la llana.

Se fundieron un total de cuatro vigas, dos de ellas con un solo ducto a 1,15m del apoyo, y otras dos vigas con un solo ducto dispuesto en el centro luz (a dos metros del apoyo), ver figura 3.6.

3.2.3. Tercera Fundición

La tercera fundición, se realizó el jueves catorce de octubre. Para lo cual se utilizó 4 m³ de concreto premezclado con una grava de tamaño máximo de media pulgada y una resistencia de 28 MPa. Para los ductos se utilizó una tubería PVC, con diámetro interior de dos pulgadas, cumpliendo lo establecido en el Reglamento de la NSR-10, en su capítulo C.6.3. “Embebidos en el concreto”.

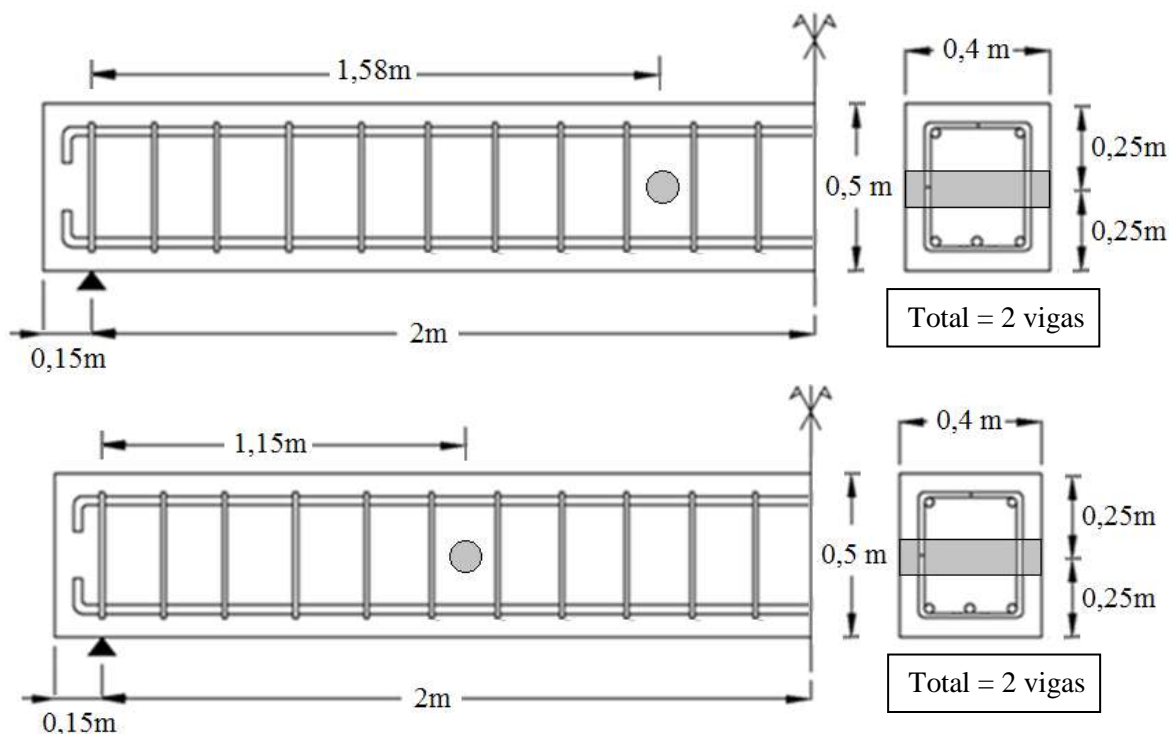


Figura 3.7
Vigas de concreto reforzado vaciadas en la tercera fundición

La mezcladora, arribó a las instalaciones del laboratorio del IEI de la Universidad Nacional de Colombia (sede Bogotá) a las 6: 30 a.m. y se concluyó la fundición a las 9: 00 a.m.

Para la segunda fundición intervinieron cuatro ayudantes y se utilizó un equipo concerniente en un vibrador, cuatro palas, una llana y veinte probetas cilíndricas de 10cmx20cm para realizar la medida de la resistencia a la compresión del concreto, a los siete, veintiuno y veintiocho días respectivamente. Con respecto al proceso de vaciado, un primer ayudante confeccionaba los cilindros con las probetas de 10cm x 20cm, al tiempo que colaboraba con otros dos ayudantes que con las palas vaciaban el concreto a las formaletas metálicas, mientras que un cuarto ayudante se encargaba del proceso de vibrado. Una vez se terminaba de fundir la primera viga, un ayudante procedía a nivelar y refinar la superficie de la viga utilizando la llana.

Se fundieron un total de cuatro vigas, dos de ellas con un solo ducto dispuesto a 1,58m del apoyo y otras dos vigas con dos ductos dispuestos a ambos lados a 1,15m del apoyo respectivamente, ver figura 3.7.

3.3. Descripción experimental

A continuación describiremos de forma detallada, el procedimiento experimental que se utilizó en la presente investigación. Para lo cual se sugiere acompañar la siguiente lectura, con el álbum de fotos localizado en anexos.

Se realizaron un total de tres fundiciones, las cuales consistieron en fundir las vigas de concreto reforzado, incluyendo sus respectivas colecciones de probetas cilíndricas de 0,10m de diámetro por 0,20m de alto, las cuales fueron ensayadas a compresión utilizando como mínimo tres cilindros en cada ensayo, a los siete, veintiuno y veintiocho días.

Lo anterior sirvió para comparar y de este modo garantizar, que la resistencia del concreto utilizado en las tres fundiciones era similar.

Se siguió el mismo proceso de curado para las tres fundiciones. Tal proceso consistió en esperar a que el concreto recién colocado, adquiriera una tonalidad mate (aproximadamente dos horas después de realizada la fundición), para de este modo empezar a humedecer completamente la superficie de las vigas. El proceso de curado se lo realizó los primeros siete días, en los cuales ayudados de una manguera, se procedía a humedecer la superficie expuesta tres veces al día, a las 7: 00 am a las 12:00 pm y a las 7: 00 pm, y se retenía el agua en la superficie utilizando cartón mojado junto con plástico negro. El riguroso control en el curado, permitió garantizar que las tres fundiciones realizadas, tuvieran el mismo procedo de curado. Las vigas de concreto reforzado, fueron fundidas en el patio del laboratorio del IEI (Instituto de Extensión e Investigación). Por lo cual una vez el concreto de las vigas adquiriera una resistencia adecuada (mayor a los siete días), se procedía a moverlas desde su posición original hasta la puerta del laboratorio de ensayos mecánicos, el cual contaba con una grúa (capacidad máxima cinco toneladas), la cual facilitaba

considerablemente el acarreo y montaje de las vigas. La técnica para mover a las vigas desde el patio hasta la puerta del laboratorio, consistió en utilizar un marco metálico móvil de cuatro ruedas (figura 3.8).



Figura 3.8

Marco metálico móvil de cuatro ruedas, utilizado para mover a las vigas de concreto reforzado

Se podía levantar a la viga, utilizando un diferencial (capacidad máxima de tres toneladas), instalado en la parte superior del marco metálico móvil de cuatro ruedas. Dicho marco, permitía elevar a una viga, utilizando una cadena que pasaba por unas agarraderas de acero corrugado colocados en el lomo a ambos extremos de ella (figura 3.9).

Una vez estuviera suspendida en el aire (aproximadamente 0,2m), se hacían pasar por debajo de ella, dos rodillos metálicos macizos (de diámetro 80 mm), uno de ellos dispuesto en la mitad y el otro en el extremo opuesto de la base. (figura 3.10)



Figura 3.9
Proceso de elevar y mover a las vigas de concreto reforzado

Con todas las precauciones debidas, se descendía suavemente a la viga, la cual ahora quedaba montada sobre los rodillos. De esta forma, era rodada conjuntamente con el marco metálico. Dicho sistema permitía reutilizar al marco metálico para levantarla nuevamente en caso de ser necesario, ya sea para hacerla girar (haciendo girar a los rodillos) o para acomodar a los rodillos a su posición original antes que se deslicen fuera de ella.



Figura 3.10
Detalle de los cilindros macizos utilizados para mover las vigas de concreto reforzado

Una vez la respectiva viga llegaba a la puerta del laboratorio de ensayos mecánicos, se la izaba utilizando la grúa del laboratorio (figura 3.11) para su posterior montaje en la máquina universal de ensayo Tinius Olsen Testing (figura 3.12).

El proceso de mover y apilar las vigas, demandó mucha colaboración por parte del personal de laboratorio, el cual haciendo uso de una técnica original y utilizando todos los recursos disponibles, se pudo llevar a feliz término el montaje de todas ellas.



Figura 3.11

Instalaciones del laboratorio de Ensayos Mecánicos, donde se observa a la grúa cuya capacidad máxima es de 5 toneladas



Figura 3.12

Montaje de las vigas de concreto reforzado en la máquina universal de ensayo Tinius Olsen Testing

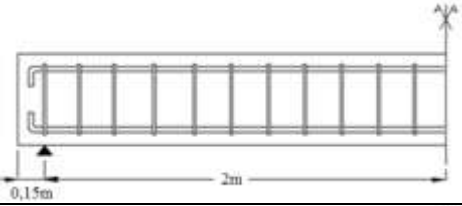
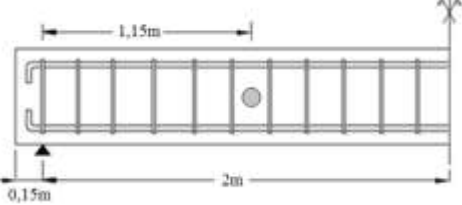
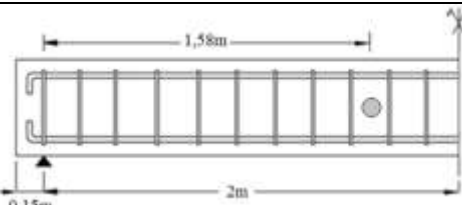
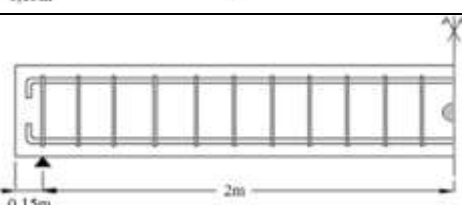
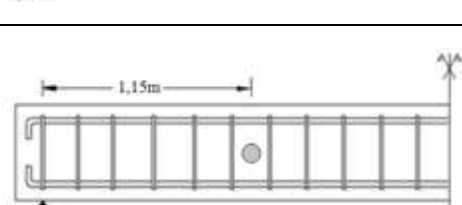
CAPITULO IV

ANALISIS DE LOS RESULTADOS

4.1. Análisis de los resultados

Para analizar los resultados obtenidos, procederemos previamente al análisis de cada una de las vigas por separado. En la tabla 4.1 se muestran los diferentes casos de estudio, que se utilizaron para valorar y puntualizar los resultados.

Tabla 4.1
Casos de estudio

Viga	Esquema	Descripción
Control		La viga de control no presenta ningún ducto embebido, y será el patrón que permitirá cuantificar el desempeño de los demás casos de estudio.
Caso 1		La viga correspondiente al caso 1, es aquella viga que presenta un solo ducto embebido (diámetro interior nominal de 50mm), dispuesto en la mitad de la altura de la viga y localizado a una distancia de 1,15m del apoyo.
Caso 2		La viga correspondiente al caso 2, es aquella viga que presenta un solo ducto embebido (diámetro interior nominal de 50mm), dispuesto en la mitad de la altura de la viga y localizado a una distancia de 1,58m del apoyo.
Caso 3		La viga correspondiente al caso 3, es aquella viga que presenta un solo ducto embebido (diámetro interior nominal de 50mm), dispuesto en la mitad de la altura de la viga y localizado a una distancia de 2m del apoyo.
Caso 4		La viga correspondiente al caso 4, es aquella viga que presenta dos ductos embebidos (diámetros interiores nominales de 50mm), dispuestos en la mitad de la altura de la viga y localizados a una distancia de 1,15m del apoyo a ambos lados respectivamente.

Se asignará un número a cada viga. Dicho número corresponde al orden en que se realizaron los ensayos. En total se hicieron diez vigas, dos vigas para cada caso de estudio incluyendo a las vigas de control. (Ver tabla 4.2 y 4.3)

Tabla 4.2
Número designado a cada viga en
función del tipo de caso de estudio

Caso de estudio	Número asignado a la vigas
Control	Viga 1 y Viga 2
Caso 1	Viga 3 y Viga 4
Caso 2	Viga 8 y Viga 9
Caso 3	Viga 5 y Viga 6
Caso 4	Viga 7 y Viga 10

Tabla 4.3
Número designado a cada viga en función de la fundición realizada

Fecha de la Fundición	Número asignado a la fundición	Número asignado a la vigas
Jueves /26/Agosto /2010	Primera fundición	Viga 1 y Viga 2
Jueves /23/Septiembre/2010	Segunda fundición	Viga 3 , Viga 4 ,Viga 5 y Viga 6
Jueves /14/Octubre /2010	Tercera fundición	Viga 7 , Viga 8 ,Viga 9 y Viga 10

La tabla 4.2 y la tabla 4.3 indican el orden en que se realizaron las fundiciones, el orden en que se realizaron los ensayos, y el caso de estudio al que pertenecen, por ejemplo la viga 5, significa que fue fundida el jueves 23 de Septiembre / 2010 la cual corresponde a la segunda fundición, que a su vez pertenece al caso 3 (caso de estudio) que fue la quinta viga en ser ensayada a la rotura en la máquina universal de ensayo Tinius Olsen Testing.

4.2. Descripción detallada de los casos de estudio

Cabe destacar que la investigación se centró, en realizar una comparación tanto cualitativa como cuantitativa entre la viga de control (sin ductos embebidos), con los demás casos de estudio (según la localización del ducto), midiendo o valorando el desempeño de cada una de ellas. De lo señalado anteriormente, se resume el acero de refuerzo utilizado para la sección transversal de todas las vigas de concreto reforzado utilizadas en la investigación (ver figura 4.1).

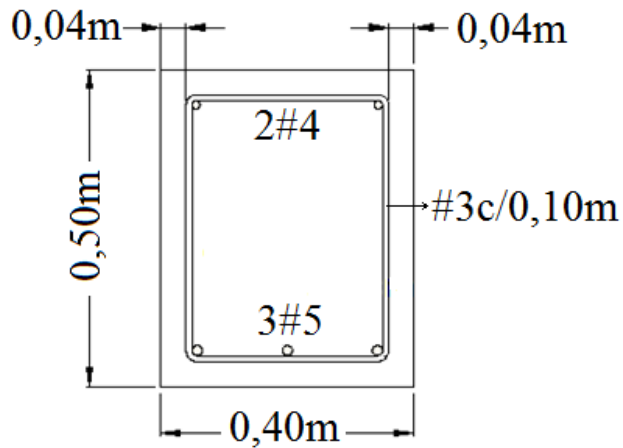


Figura 4.1

Acero de refuerzo utilizado en las vigas de concreto reforzado

Se utilizó un concreto con una resistencia específica a la compresión de 28 MPa, y un acero de resistencia específica a la fluencia de 420 MPa. Una vez definidos los materiales, al igual que la sección transversal de las vigas de concreto reforzado, se procede a definir los casos de estudio utilizados en la investigación.

4.2.1. Viga de Control (viga 1 y viga 2)

La viga de concreto reforzado, correspondiente al caso de viga de control, es aquella viga que tiene una luz libre de 4m, la cual no presenta ningún ducto embebido, y será el patrón que permitirá cuantificar el desempeño de los demás casos de estudio. (ver figura 4.2)

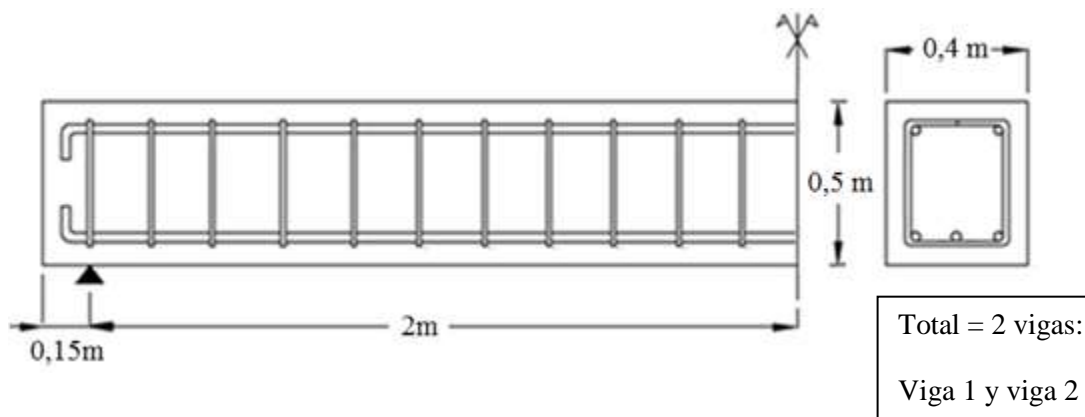


Figura 4.2

Viga de concreto reforzado perteneciente a la viga de control

4.2.2. Caso 1 (viga 3 y viga 4)

La viga de concreto reforzado, correspondiente al caso 1, es aquella viga que tiene una luz libre de 4m, la cual presenta un solo ducto embebido (diámetro interior nominal de 50mm), dispuesto en la mitad de la altura de la viga y localizado a una distancia de 1,15m del apoyo. (ver figura 4.3)

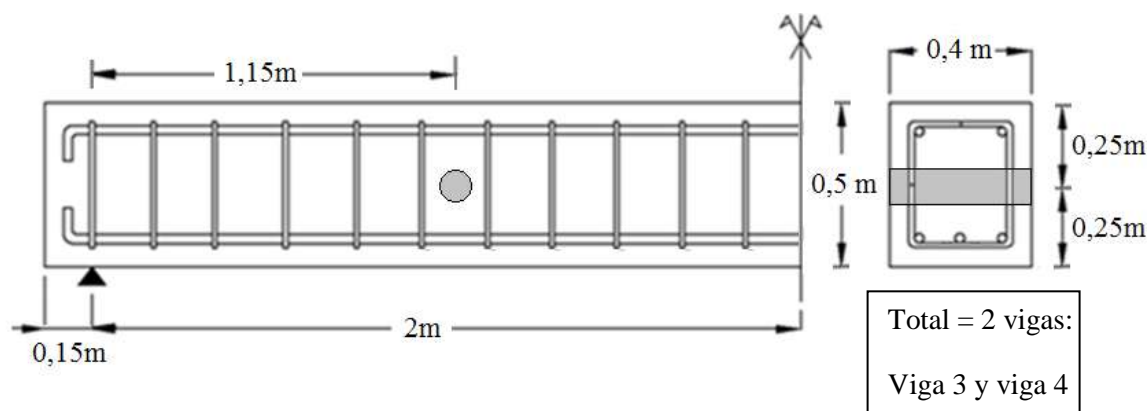


Figura 4.3

Viga de concreto reforzado perteneciente al Caso 1

4.2.3. Caso 2 (viga 8 y viga 9)

La viga de concreto reforzado, correspondiente al caso 2, es aquella viga que tiene una luz libre de 4m, la cual presenta un solo ducto embebido (diámetro interior nominal de 50 mm), dispuesto en la mitad de la altura de la viga y localizado a una distancia de 1,58 m del apoyo. (ver figura 4.4)

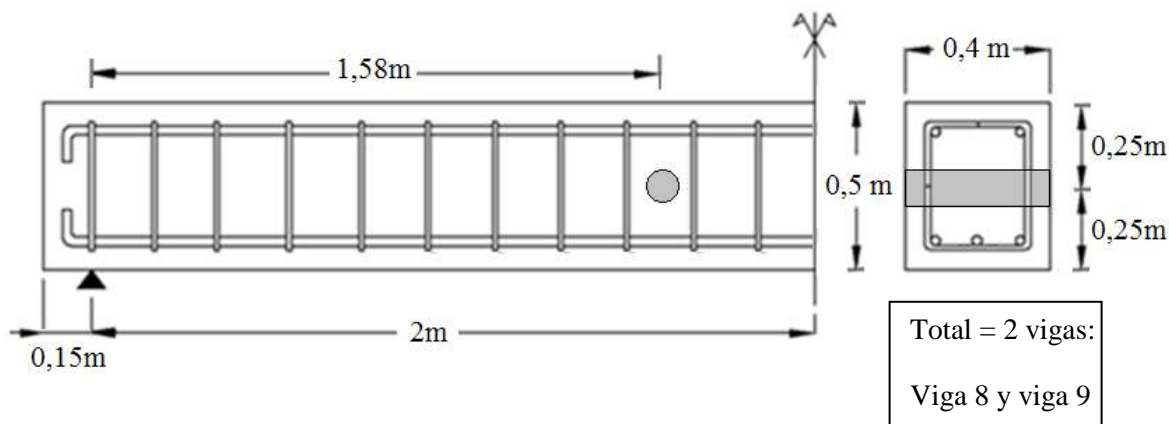


Figura 4.4

Viga de concreto reforzado perteneciente al Caso 2

4.2.4. Caso 3 (viga 5 y viga 6)

La viga de concreto reforzado, correspondiente al caso 3, es aquella viga que tiene una luz libre de 4m, la cual presenta un solo ducto embebido (diámetro interior nominal de 50 mm), dispuesto en la mitad de la altura de la viga y localizado a una distancia de 2 m del apoyo. (ver figura 4.5)

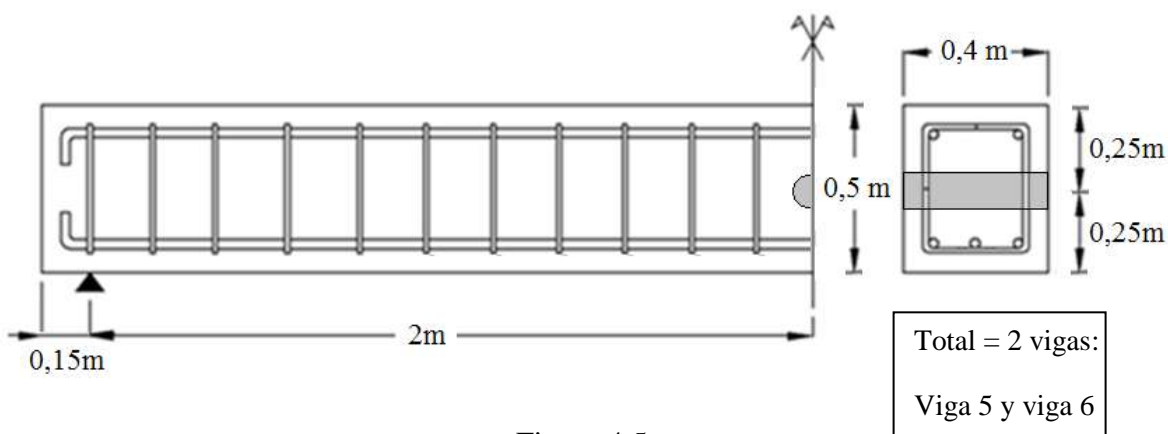


Figura 4.5

Viga de concreto reforzado perteneciente al Caso 3

4.2.5. Caso 4 (viga 7 y viga 10)

La viga de concreto reforzado, correspondiente al caso 4, es aquella viga que tiene una luz libre de 4m, la cual presenta dos ductos embebidos (diámetros interiores nominales de 50mm), dispuestos en la mitad de la altura de la viga y localizados a una distancia de 1,15m del apoyo. (ver figura 4.6)

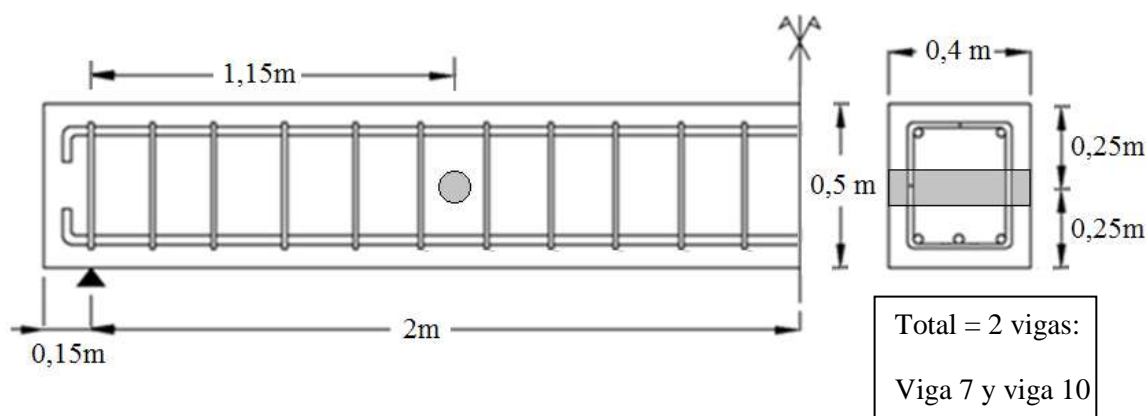


Figura 4.6

Viga de concreto reforzado perteneciente al Caso 4

4.3. Montaje y descripción del ensayo

Para el montaje experimental, se siguió el esquema mostrado en la figura 4.7, en la cual se observa a la viga de concreto reforzado montada sobre los apoyos de la máquina universal. Se instalaron tres deformímetros mecánicos por debajo de ella, uno al medio y los otros dos en la mitad entre el apoyo y el centro respectivamente.

Para garantizar que la fuerza total " P_T " suministrada por la máquina universal se distribuya equitativamente entre los cuatro rodillos macizos, se utilizó una viga metálica doble I (0,28m x 0,32m), la cual al ser mucho más rígida que la viga de concreto reforzado, ésta no sufre deformación apreciable conforme se realiza la prueba. De esta forma, la carga total P_T comprime a la viga metálica, la cual al mantenerse prácticamente horizontal, reparte dicha fuerza, a los cuatro rodillos macizos. Los rodillos macizos (diámetro exterior de 80 mm) se localizaron a 0,80 m uno del otro.

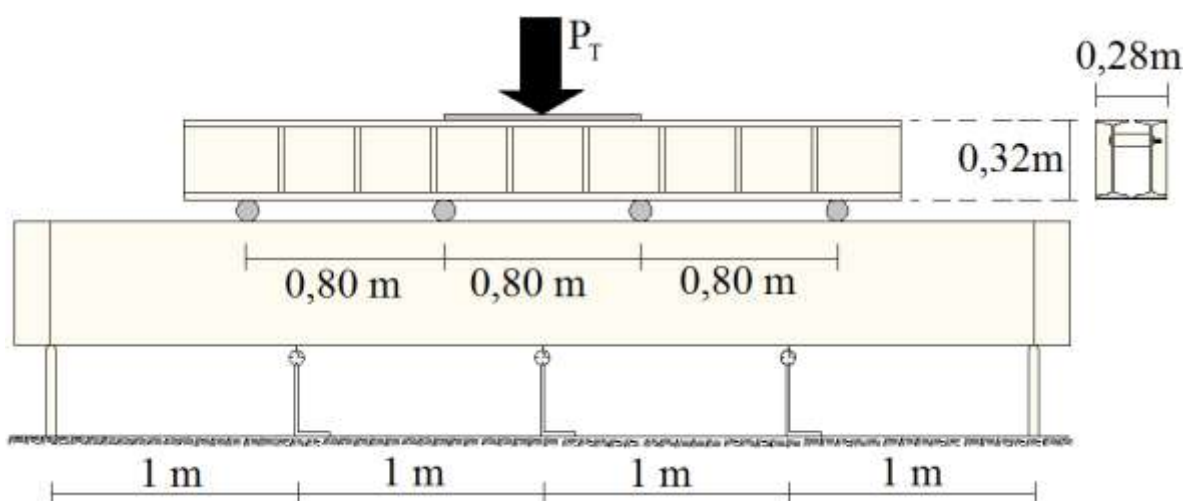


Figura 4.7

Esquema del montaje experimental de las vigas de concreto reforzado

Conforme el operario de la máquina universal a viva voz iba indicando el valor de la lectura de la carga total " P_T ", otros tres ayudantes localizados uno al centro y los otros dos en los extremos de la viga de concreto reforzado, utilizando marcadores de colores pintaban las fisuras que se iban formando y colocaban al lado de ellas el valor de la carga indicada por el operario de la máquina universal. Al mismo tiempo que los tres ayudantes procedían a hacer el mapeo de fisuras, iban realizando la lectura de los deformímetros mecánicos, de esta forma era posible cuantificar la deflexión de la viga en el centro luz como en los extremos equidistantes del centro luz y de los apoyos. El valor de las tres

lecturas de los deformímetros era registrado por otro ayudante quien anotaba las lecturas en una libreta de campo.

Cuando la carga total P_T , llegaba a un cierto valor crítico, se procedía a retirar los deformímetros mecánicos, y se continuaba con el ensayo hasta llegar a la rotura de las vigas de concreto reforzado.

Tal proceso demandó un cuidado en el mapeo de fisuras alrededor de los ductos, las cuales fueron estudiadas con mayor cuidado, midiendo a su vez el espesor de las fisuras, una vez se llegaba a la falla de la viga. Los tiempos que demandaron el acarreo de las vigas como el montaje en la máquina universal, y su posterior retiro, rindieron para poder fallar una viga por día.

4.4. Resistencia a compresión de las probetas cilíndricas de 0,10m x 0,20m

En la tabla 4.4, se muestra los valores obtenidos para las resistencias del concreto a compresión, obtenidas en base a las probetas cilíndricas de 0,10m de diámetro por 0,2m de altura, para cada una de las tres fundiciones realizadas. En ella se puede observar la resistencia de tres probetas ensayadas el mismo día y el promedio de las mismas la cual se muestra en la última columna.

Tabla 4.4

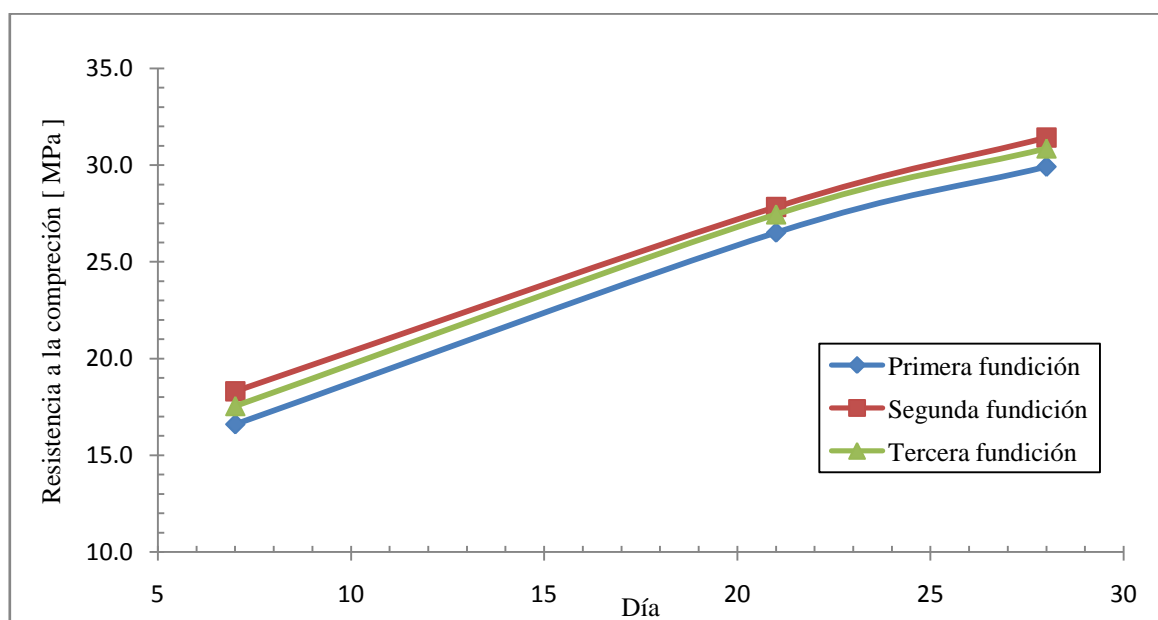
Resistencia a compresión de las probetas cilíndricas de 0,10m de diámetro por 0,20m de alto, de las tres fundiciones realizadas

Fundición	Día	Resistencia (1) MPa	Resistencia (2) MPa	Resistencia (3) MPa	Promedio MPa
Primera	7	15,9	17,3	16,7	16,6
	21	27,5	26,1	26,1	26,5
	28	29,4	30,0	30,3	29,9
Segunda	7	18,4	17,8	18,7	18,3
	21	27,2	27,8	28,6	27,8
	28	31,4	31,7	31,1	31,4
Tercera	7	17,3	17,8	17,6	17,6
	21	27,2	27,5	27,8	27,5
	28	28,3	32,0	32,3	30,9

Los ensayos de resistencia a la compresión de los cilindros, fueron hechos de acuerdo con el procedimiento establecido en la norma NTC 671, empleando una máquina Forney con capacidad de 200 000 lb.

En la figura 4.9, se muestra en una misma grafica, los valores de los promedios de la tabla 4.4 en función al día en que se realizó su ensayo respectivo..

Figura 4.9
Resistencia a la compresión de las probetas cilíndricas (0,10 x 0,20 m) de las tres fundiciones realizadas en la investigación



Para la primera, segunda y tercera fundición, se obtuvo una resistencia a la compresión de las probetas cilíndricas (0,10 x 0,2 m) a los 28 días de, 29,9MPa ; 31,4 MPa y 30,9 MPa respectivamente.

Ahora bien, para el caso de las vigas de concreto reforzado, en la tabla 4.5 se muestra los valores de las resistencias de las probetas cilíndricas de 0,10m de diámetro por 0,20m de alto, ensayadas el mismo día en que se procedía a realizar el ensayo a cada viga en la máquina universal Tinius Olsen. En ella se puede observar la resistencia de tres probetas ensayadas el mismo día y el promedio de las mismas la cual se muestra en la última columna.

Tabla 4.5

Resistencia a compresión de las probetas cilíndricas de 0,10m de diámetro por 0,20m de alto, ensayadas el mismo día del ensayo de las vigas de concreto reforzado

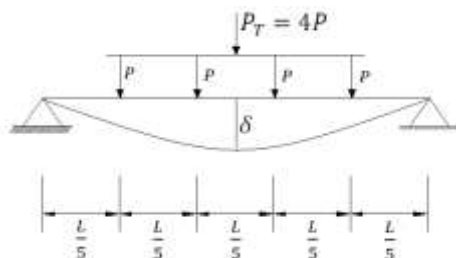
Viga	Resistencia (1) MPa	Resistencia (2) MPa	Resistencia (3) MPa	Promedio MPa
viga 1	29,4	30,0	30,3	29,9
viga 2	30,6	29,7	29,4	29,9
viga 3	31,4	31,7	31,1	31,4
viga 4	32,0	30,9	31,4	31,4
viga 5	32,3	31,1	31,7	31,7
viga 6	32,6	31,7	30,9	31,7
viga 7	28,3	32,0	32,3	30,9
viga 8	31,1	31,7	30,0	31,0
viga 9	30,6	31,7	30,9	31,1
viga 10	30,6	30,3	32,3	31,1

4.5. Análisis de los resultados

Una vez realizados los ensayos de laboratorio, se analizaron varios aspectos referidos a la rigidez, momento de inercia efectivo, deflexiones bajo cargas de trabajo, análisis de la deformación de la viga con cada incremento de carga, capacidad de carga última y patrón de fisuras. Comparando los valores correspondientes a los casos de estudio con la viga de control, para lo cual se describirá cada uno de estos temas en forma detallada en los siguientes puntos.

4.5.1. Relación carga total y deflexión centro luz de las vigas

El término rigidez en el análisis estructural, está definido como la relación entre la fuerza externa y la deformación que ésta induce en la estructura. Para el caso concreto de la presente investigación, definiremos a la rigidez de la viga de concreto reforzado “ k ”, como la relación entre la carga total aplicada “ P_T ” por la máquina universal Tinius Olsen y la deflexión “ δ ” medida en el centro luz de la viga, matemáticamente:



$$k = \frac{P_T}{\delta} \quad (4.1)$$

k = Rigidez de la viga de concreto reforzado.

P_T = Carga total aplicada a la viga.

δ = Deflexión en el centro luz.

Los valores experimentales, correspondientes a la deflexión medida en el centro luz de la viga, en función de la carga total P_T aplicada por la máquina universal Tinius Olsen, para todos los casos de estudio, los resumimos en la Tabla 4.6. Tomando como referencia que la carga se diseño (carga de trabajo) de las vigas de concreto reforzado están para un valor de $P_T = 60 \text{ kN}$.

Tabla 4.6
Deflexión medida en el centro luz en función de la carga total P_T ,
para todos los casos de estudio

P_T [kN]	Deflexión medida en el centro luz de la viga de concreto reforzado [mm]									
	Control		Caso 1		Caso 2		Caso 3		Caso 4	
	Viga 1	Viga 2	Viga 3	Viga 4	Viga 8	Viga 9	Viga 5	Viga 6	Viga 7	Viga 10
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
10	0,10	0,10	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,10	0,09
15	0,16	0,15	0,14	0,15	0,14	0,14	0,14	0,14	0,15	0,14
20	0,18	0,18	0,50	0,45	0,18	0,20	0,42	0,46	0,19	0,18
25	0,25	0,25	0,72	0,73	0,45	0,43	0,75	0,83	0,25	0,25
30	0,28	0,31	1,00	1,10	0,70	0,75	1,00	1,10	0,30	0,28
35	0,35	0,34	1,20	1,35	1,00	1,10	1,30	1,25	0,75	0,76
40	0,42	0,40	1,50	1,55	1,30	1,25	1,50	1,45	1,25	1,27
45	0,63	0,65	2,10	2,00	1,55	1,45	1,83	1,75	1,70	1,65
50	0,95	1,00	2,45	2,50	1,85	1,80	2,00	1,95	2,20	2,10
55	1,30	1,30	2,90	2,85	2,10	2,00	2,37	2,45	2,70	2,65
60	1,58	1,60	3,35	3,40	2,40	2,35	2,65	2,63	3,22	3,24
65	1,85	1,75	3,85	3,75	2,76	2,52	2,88	2,90	3,60	3,55
70	2,12	1,95	4,25	4,35	3,09	2,65	3,05	3,40	4,10	4,20
75	2,45	2,25	5,10	5,20	3,29	3,00	3,46	3,80	4,35	4,47
80	2,65	2,45	5,75	5,85	3,46	3,25	3,71	4,20	4,75	4,75
85	2,80	2,75	6,10	6,25	3,62	3,65	4,17	4,50	5,30	5,00
90	3,20	2,95	6,75	6,89	3,79	3,95	4,73	4,90	5,75	5,45
95	3,40	3,30	7,27	7,56	4,00	4,30	5,19	5,10	6,00	5,85
100	3,55	3,55	8,00	8,15	4,31	4,55	5,44	5,70	6,25	6,45
105	3,75	3,75	8,70	8,65	4,55	5,00	5,75	5,90	6,55	6,65
110	3,95	4,00	9,45	9,25	4,85	5,30	6,41	6,30	7,30	6,85
115	4,34	4,25	9,85	9,75	5,18	5,55	6,61	6,65	7,65	7,35
120	4,55	4,45	10,20	9,95	5,41	6,00	6,92	7,00	8,00	7,85
125	4,73	4,75	10,43	10,25	5,73	6,10	7,12	7,30	8,55	8,34
130	5,00	5,00	10,64	10,55	6,08	6,45	7,37	7,70	8,75	8,90
135	5,30	5,30	10,85	10,80	6,38	6,87	7,78	8,10	9,35	9,20
140	5,45	5,50	11,10	11,00	6,67	7,16	8,14	8,30	9,45	9,35

Tabla 4.6 (continuación)

P_T [kN]	Deflexión medida en el centro luz de la viga de concreto reforzado [mm]									
	Control		Caso 1		Caso 2		Caso 3		Caso 4	
	Viga 1	Viga 2	Viga 3	Viga 4	Viga 8	Viga 9	Viga 5	Viga 6	Viga 7	Viga 10
145	5,75	5,65	11,32	11,25	7,11	7,55	8,59	8,70	9,85	9,75
150	5,95	5,90	11,70	11,65	7,44	7,86	8,90	9,10	10,23	9,85
155	6,30	6,25	12,35	12,40	7,85	8,19	9,41	9,25	10,50	10,30
160	6,65	6,55	12,95	12,95	8,10	8,41	9,71	9,50	10,70	10,65
165	6,80	6,75	13,55	13,65	8,30	8,87	10,02	9,80	10,95	11,30
170	7,10	6,95	14,35	14,40	8,75	9,17	10,51	10,20	11,45	11,65
175	7,35	7,20	15,20	15,10	9,35	9,51	10,83	10,50	12,25	12,00
180	7,55	7,45	15,65	16,15	9,70	9,85	11,19	10,90	12,55	12,65
185	7,70	7,65	16,25	16,80	10,00	10,24	11,49	11,30	12,95	13,20
190	7,95	7,93	17,00	17,45	10,50	10,43	11,64	11,80	13,43	13,54
195	8,30	8,25	17,45	18,10	10,75	10,91	11,85	12,10	14,00	14,20
200	8,50	8,55	17,95	18,35	11,20	11,26	12,05	12,50	14,25	14,35
205	8,80	8,75	18,55	18,45	11,45	11,51	12,51	12,88	14,53	14,55
210	9,00	9,10	18,85	18,65	11,75	11,83	12,92	13,10	14,75	14,64
215	9,24	9,25	19,25	18,95	12,00	12,05	13,63	13,38	15,10	15,35
220	9,50	9,45	19,75	19,25	12,40	12,34	13,98	13,65	16,20	15,85
225	9,65	9,75	20,05	19,55	12,65	12,77	14,24	14,01	16,45	16,10
230	10,10	10,00	20,45	20,00	12,95	12,88	14,69	14,28	16,95	16,75
235	10,35	10,20	20,95	20,35	13,20	13,25	14,95	14,85	17,45	17,40
240	10,50	10,45	21,40	21,10	13,35	13,55	15,26	15,10	17,76	17,85
245	10,75	10,65	21,75	21,85	13,65	13,85	15,66	15,72	18,23	18,35
250	11,00	10,85	22,40	22,45	14,00	14,15	16,02	15,97	18,55	18,65

Ahora bien, si graficamos los valores de la Tabla 4.6, en un eje de coordenadas x & y . Siendo el eje “ x ” la deflexión centro luz (en milímetros) y el eje “ y ” los valores de la carga total P_T (en kilo Newton) suministrada por la máquina Universal Tinius Olsen, se obtienen las figuras 4.10 a 4.19.

Es interesante hacer notar, que todas las gráficas (figura 4.10 a 4.19), mostraron un comportamiento lineal al inicio, y conforme se incrementaba el valor de la carga, la pendiente modificaba bruscamente su valor, mostrando un punto de quiebre, el cual teóricamente corresponde con el punto de fisuración de la viga de concreto reforzado.

Será ese punto de quiebre, el que nos permitirá dividir a la función, en dos líneas rectas, una del tipo “ $y = k_1x$ ” (al inicio del proceso de carga) y la otra de la forma “ $y = k_2x + b$ ” (luego de haberse producido el quiebre de la pendiente).

Ambas ecuaciones, pueden ser obtenidas mediante una regresión lineal de los datos experimentales. Dichas ecuaciones, junto con sus correspondientes coeficientes de correlación al cuadrado r^2 , están incluidas en las figuras 4.10 a 4.19.

Seguido de las figuras 4.10 a 4.19, se confeccionaron las figuras 4.20 y 4.21 (ver página 60 y 61 respectivamente) en las cuales se observa a todos los casos de estudio en una misma gráfica. En la figura 4.20, están graficados los casos más desfavorables, es decir, aquellas gráficas que arrojaron las pendientes más bajas de cada caso de estudio, las cuales fueron comparadas con la viga de control de mayor pendiente. Mientras que la figura 4.21, están los casos más favorables, es decir, aquellas vigas que obtuvieron las mayores pendientes, comparándolas con la viga de control de menor pendiente.

Asimismo se confeccionaron las figuras 4.22 y 4.23 (ver página 62 y 63 respectivamente) en las cuales se observa a todos los casos de estudio en una misma gráfica, pero ahora graficando solamente a las regresiones lineales, en lugar de los puntos experimentales.

Al igual que la figura 4.20, la figura 4.22 muestra los casos más desfavorables, es decir, aquellas pendientes que arrojaron menores valores entre las dos vigas de cada caso de estudio, tomando la mayor pendiente para la viga de control, mientras que la figura 4.23 están los casos más favorables, es decir, aquellas regresiones que obtuvieron las mayores pendientes, comparándolas con la viga de control de menor pendiente.

Figura 4.10
Relación carga & deflexión, para el caso de la viga de control (viga 1)

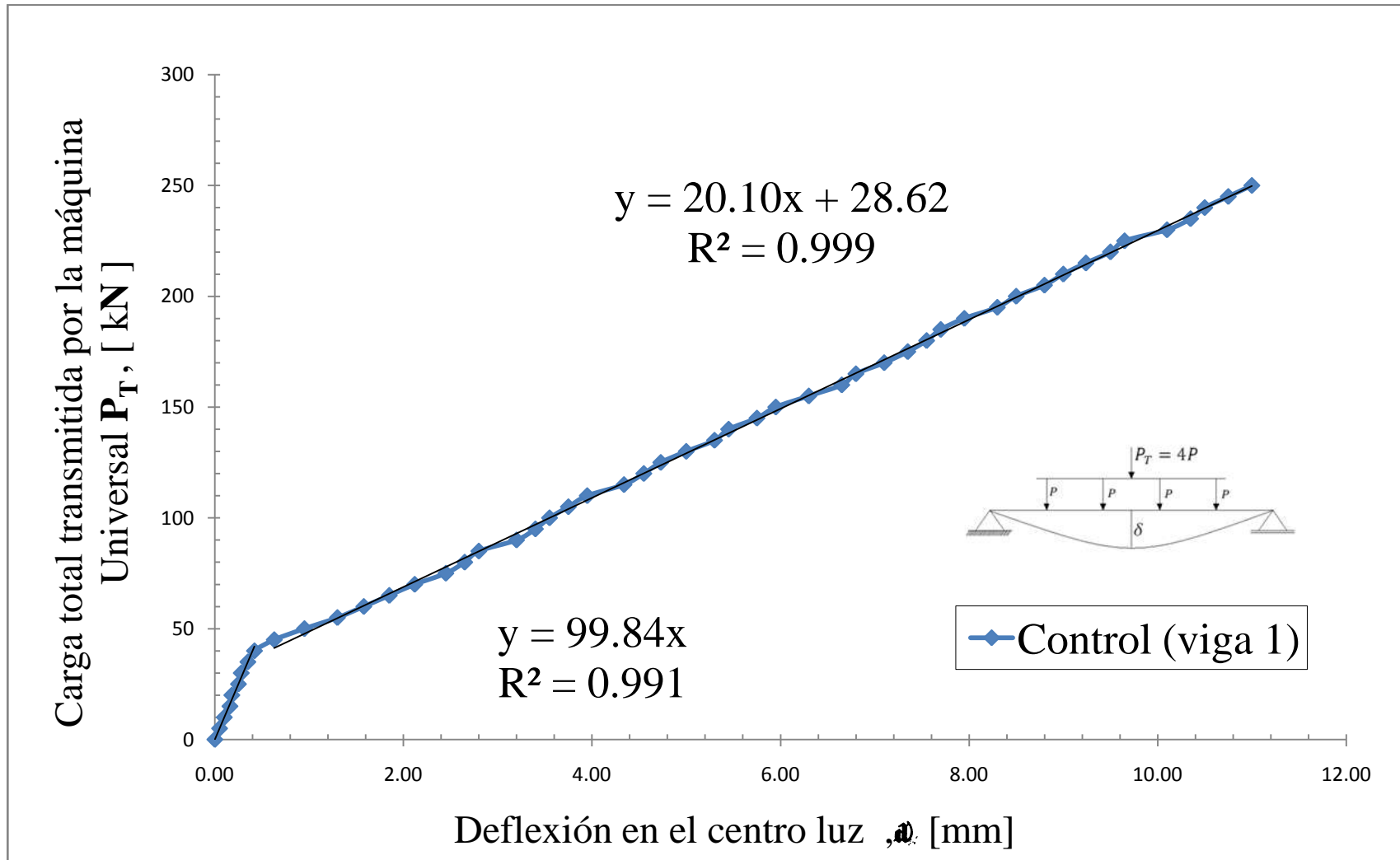


Figura 4.11
Relación carga & deflexión, para el caso de la viga de control (viga 2)

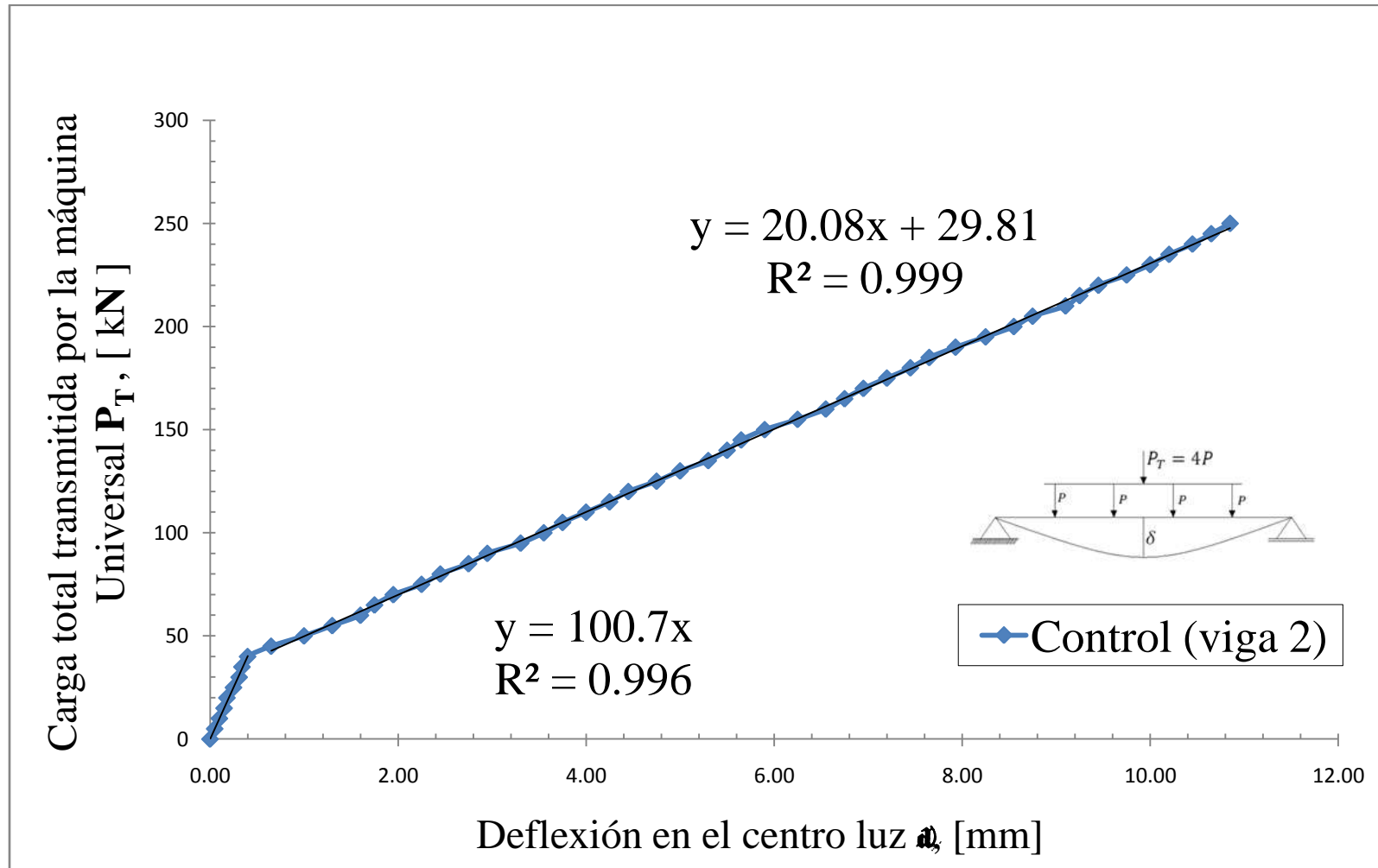


Figura 4.12
Relación carga & deflexión, para el caso 1 (viga 3)

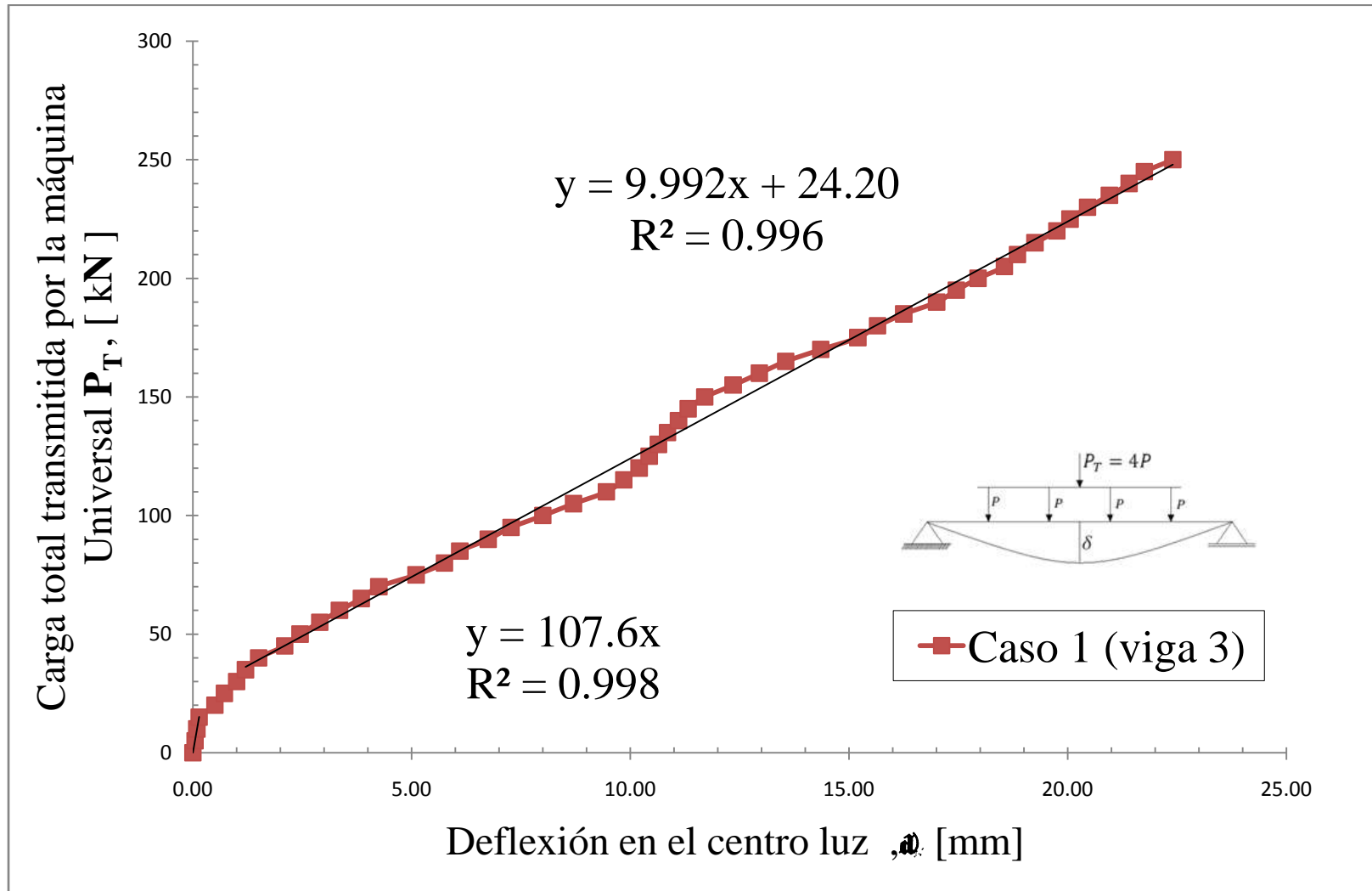


Figura 4.13
Relación carga & deflexión, para el caso 1 (viga 4)

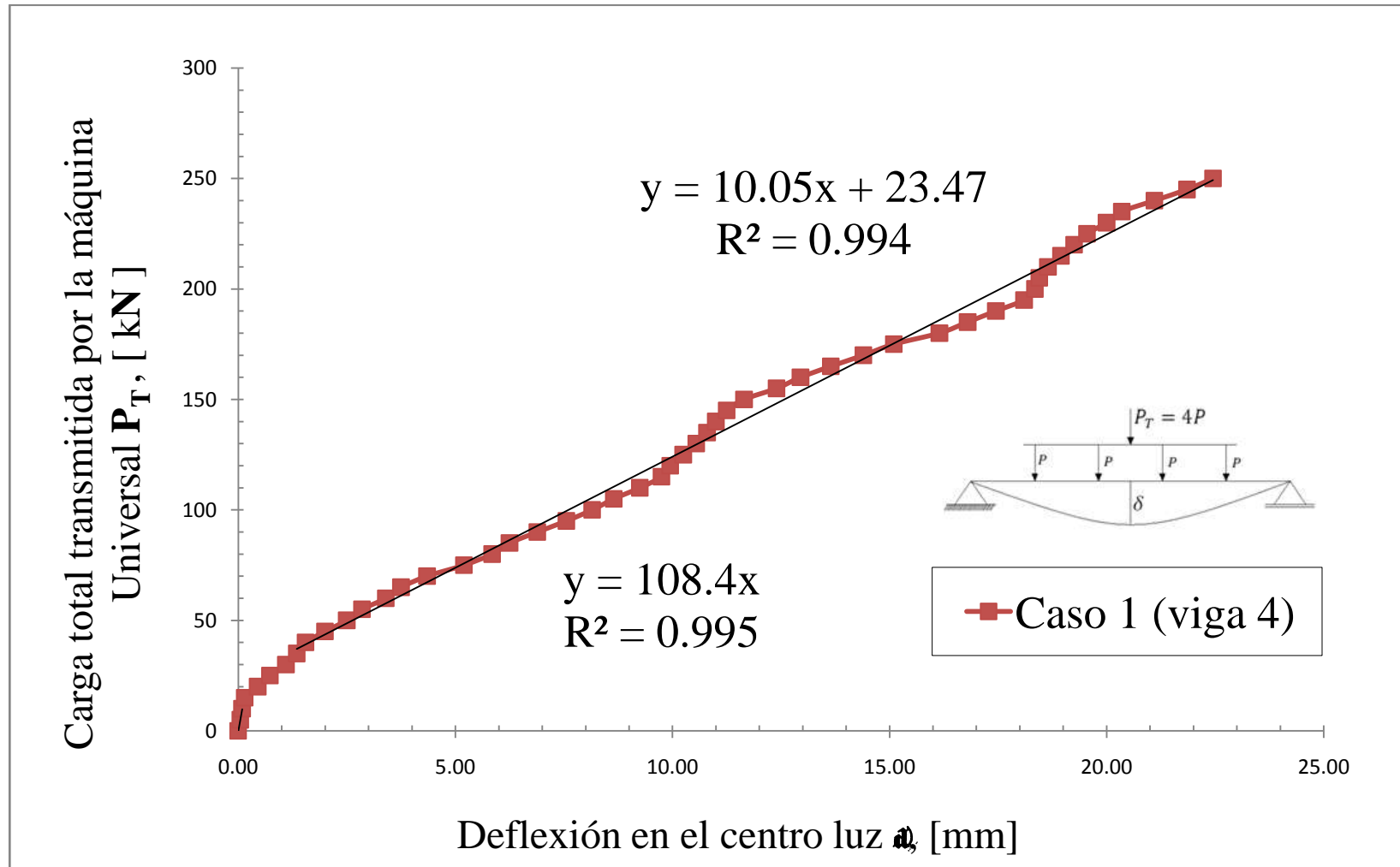


Figura 4.14
Relación carga & deflexión, para el caso 2 (viga 8)

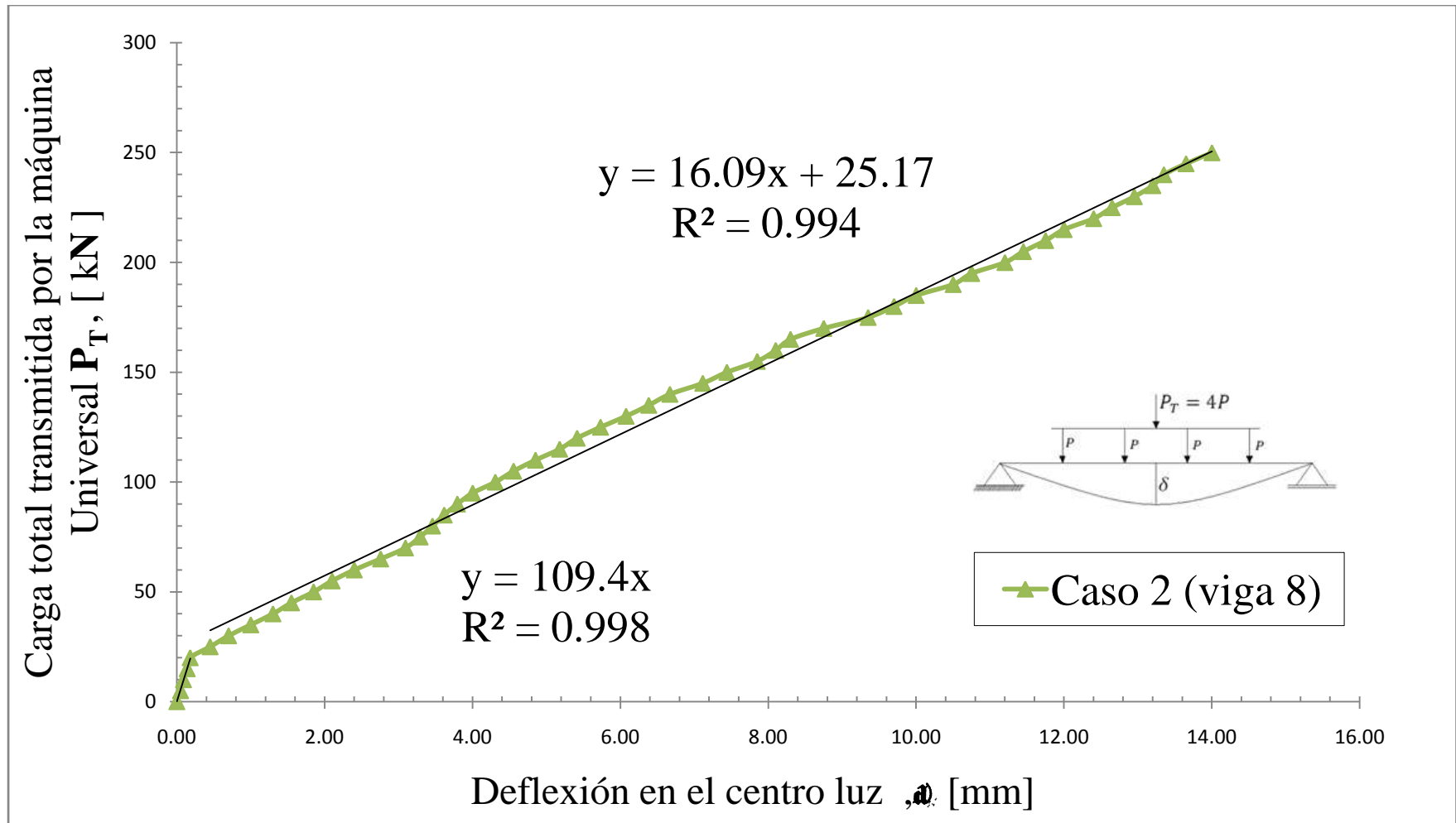


Figura 4.15
Relación carga & deflexión, para el caso 2 (viga 9)

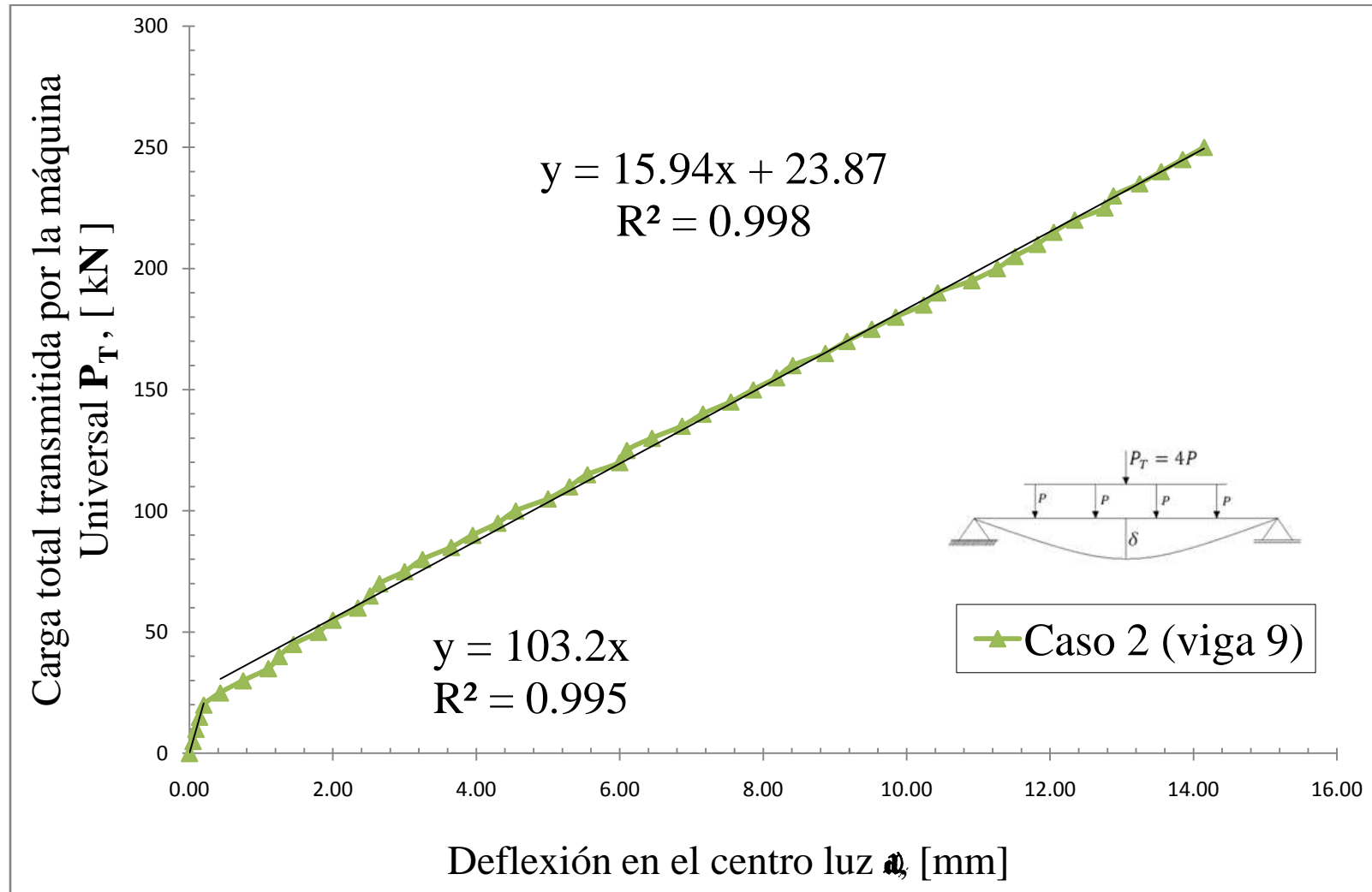


Figura 4.16
Relación carga & deflexión, para el caso 3 (viga 5)

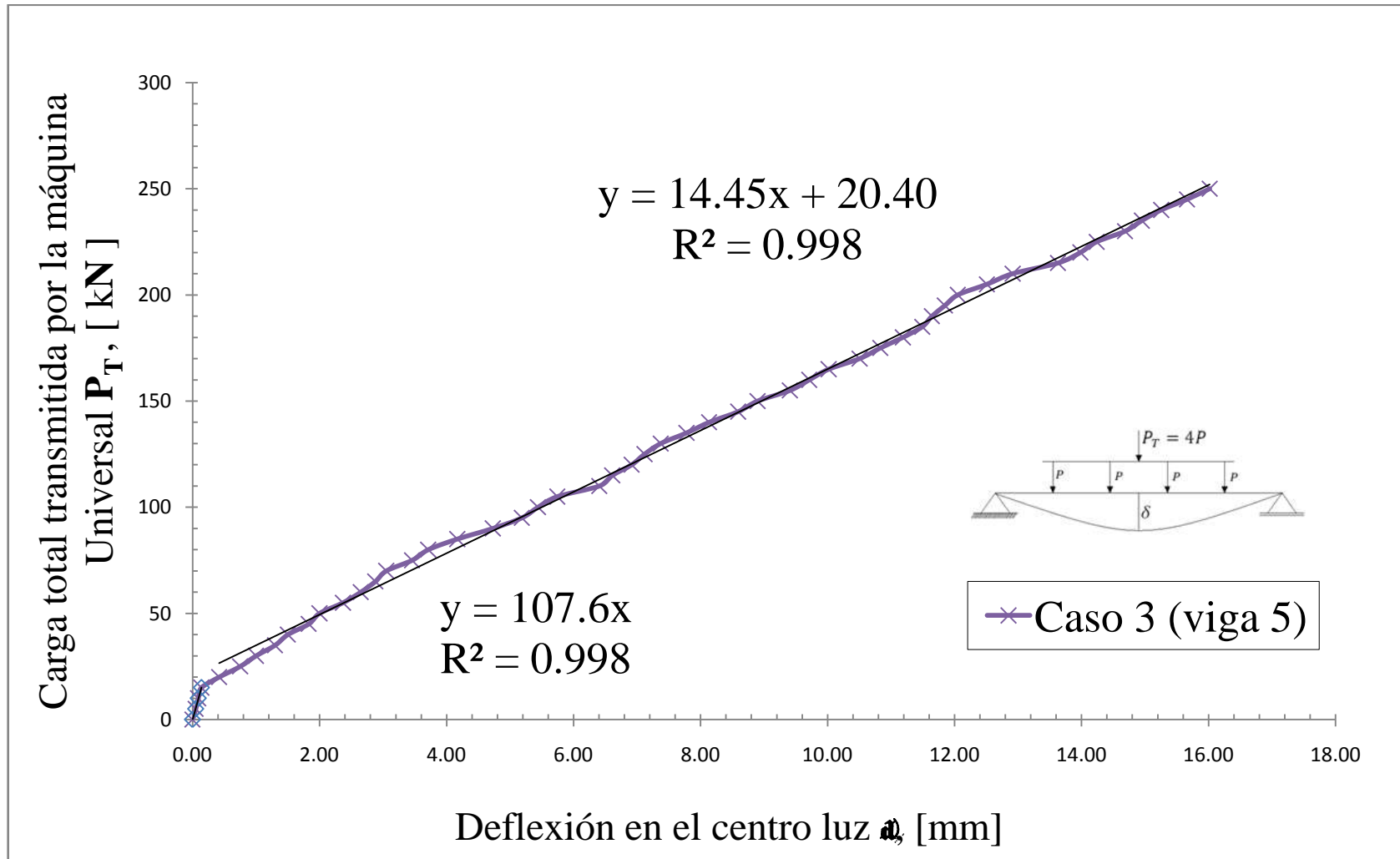


Figura 4.17
Relación carga & deflexión, para el caso 3 (viga 6)

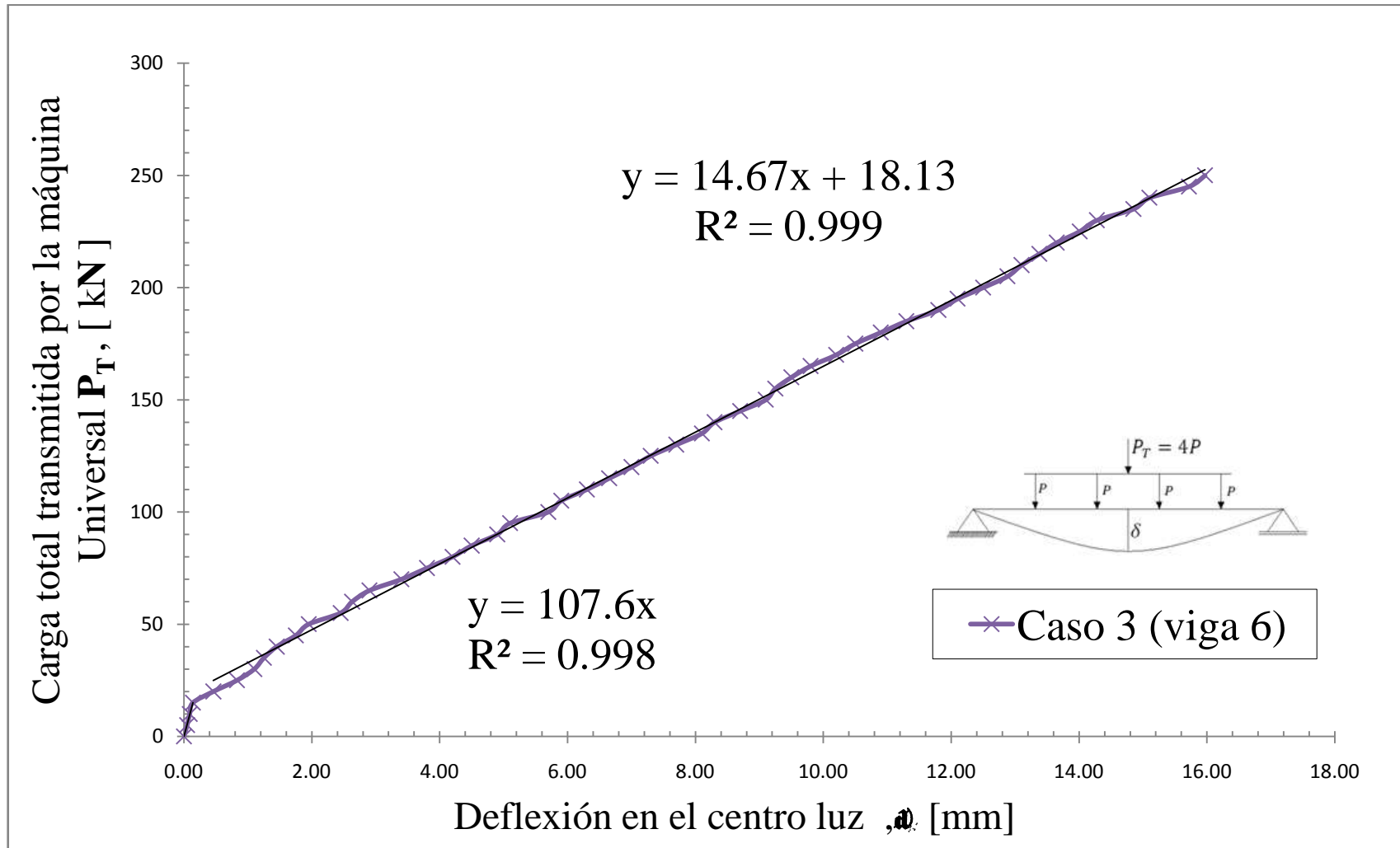


Figura 4.18
Relación carga & deflexión, para el caso 4 (viga 7)

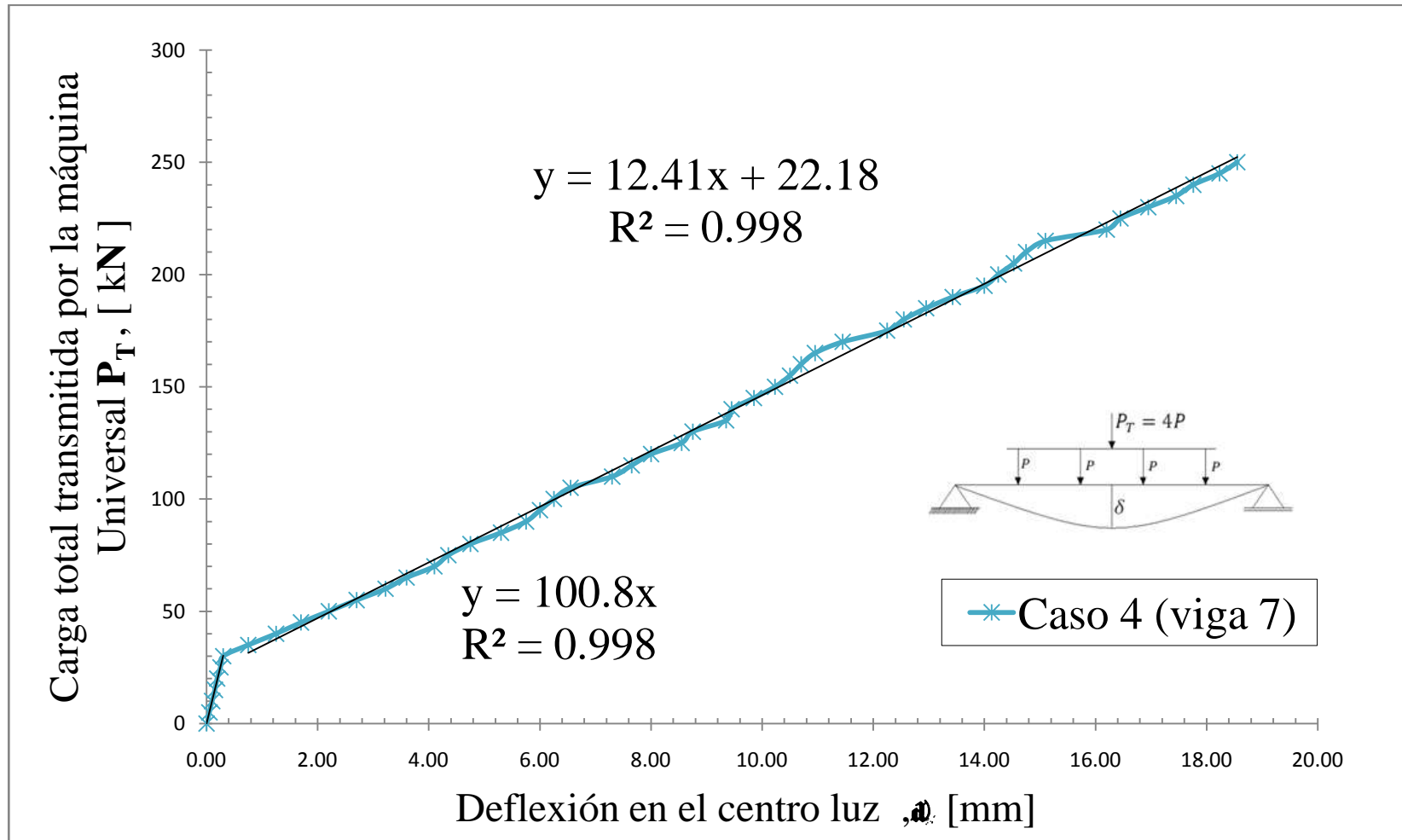


Figura 4.19
Relación carga & deflexión, para el caso 4 (viga 10)

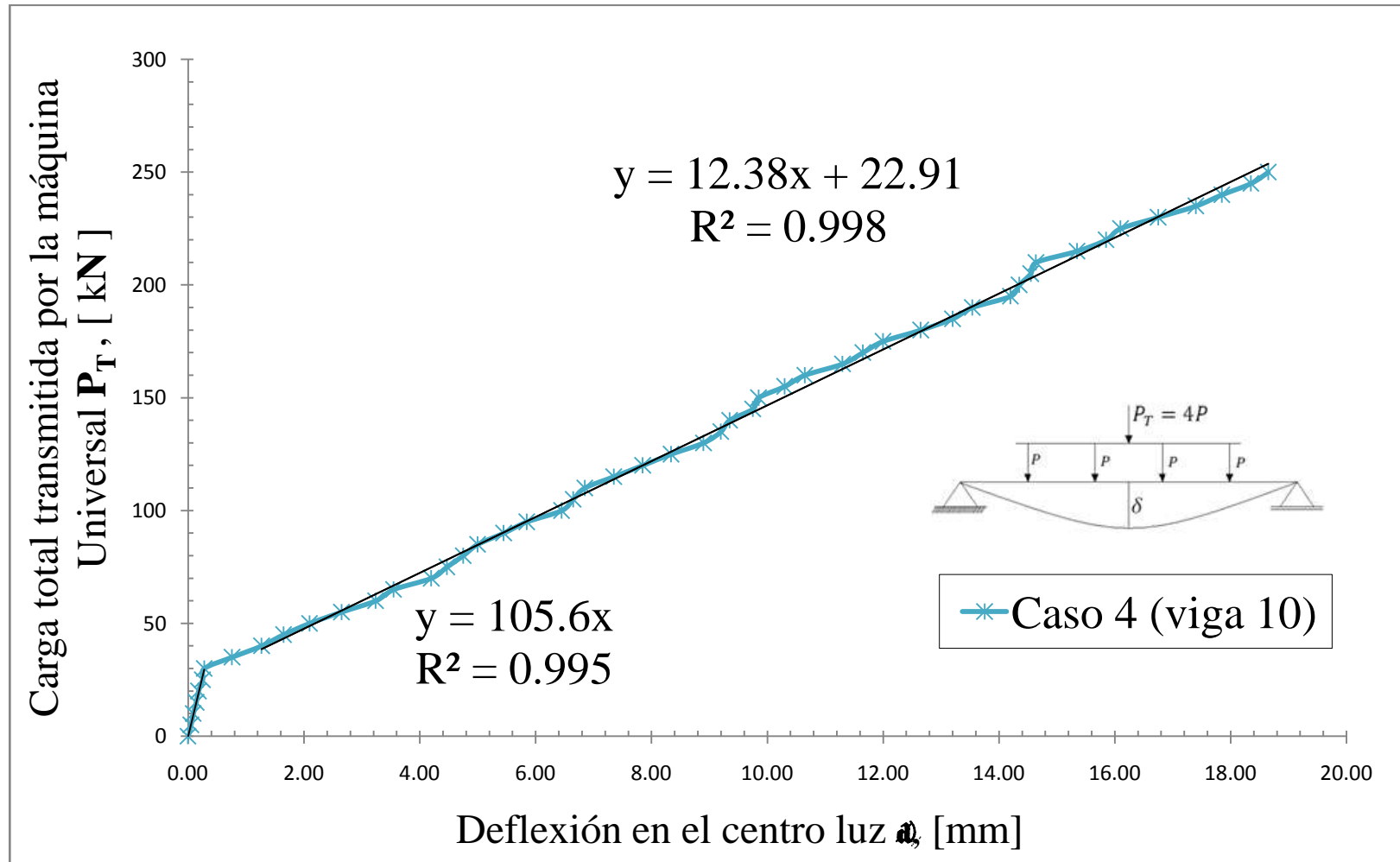


Figura 4.20

Comparación de los diferentes casos de estudio, respecto a la relación carga & deflexión, de las vigas más desfavorables

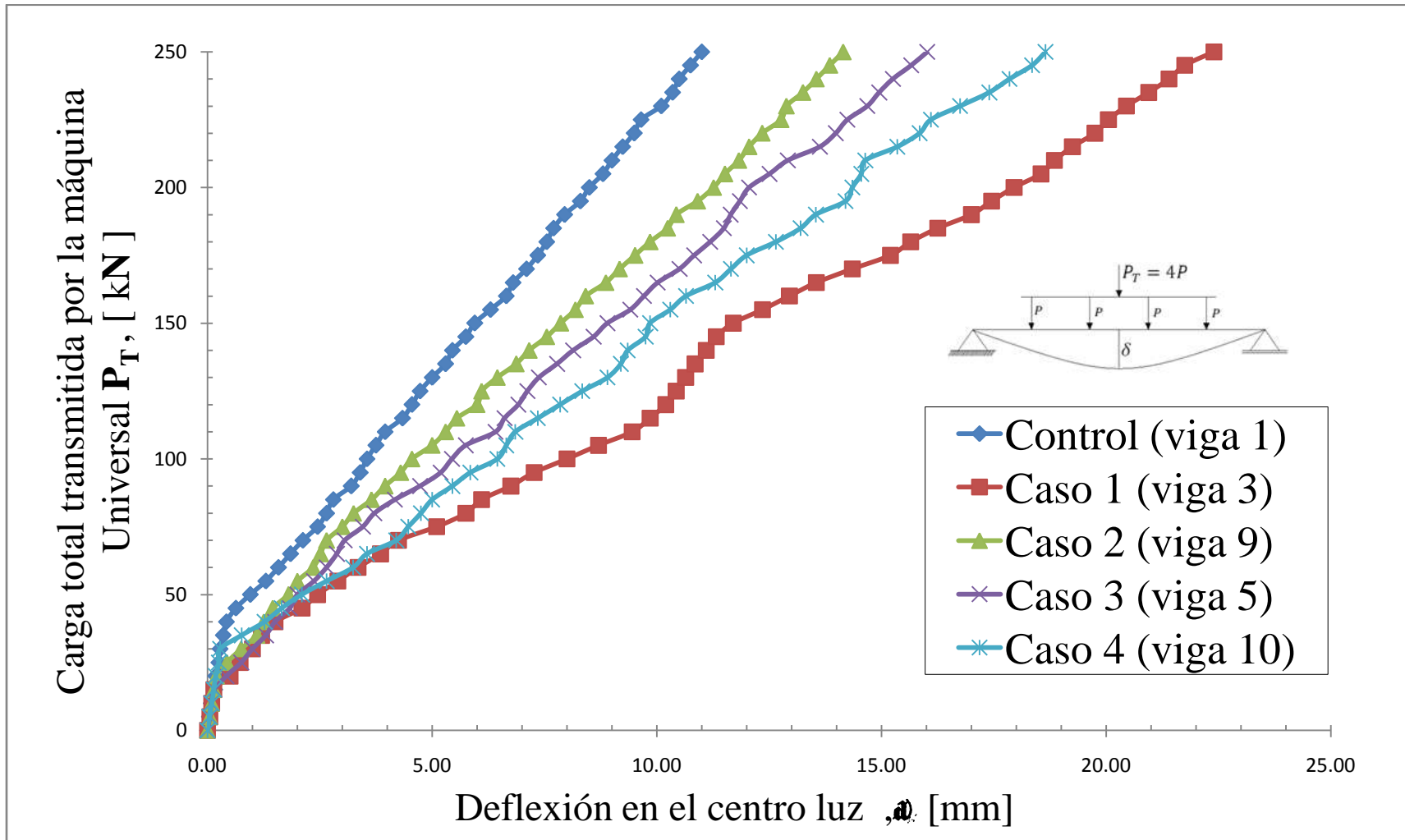


Figura 4.21

Comparación de los diferentes casos de estudio, respecto a la relación carga & deflexión, de las vigas más favorables

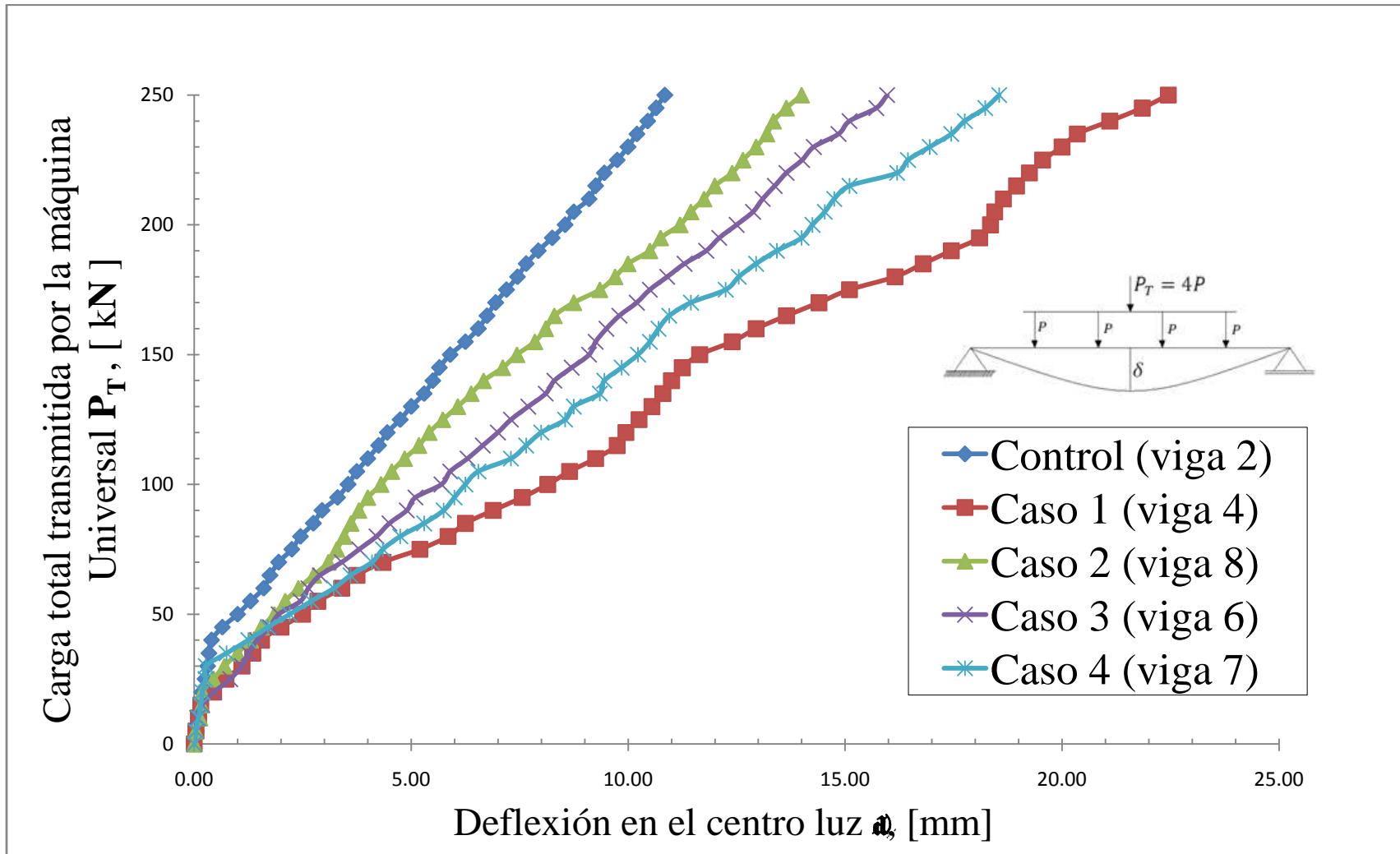


Figura 4.22

Comparación de las regresiones lineales (P_T & δ) de los diferentes casos de estudio, de las vigas más desfavorables

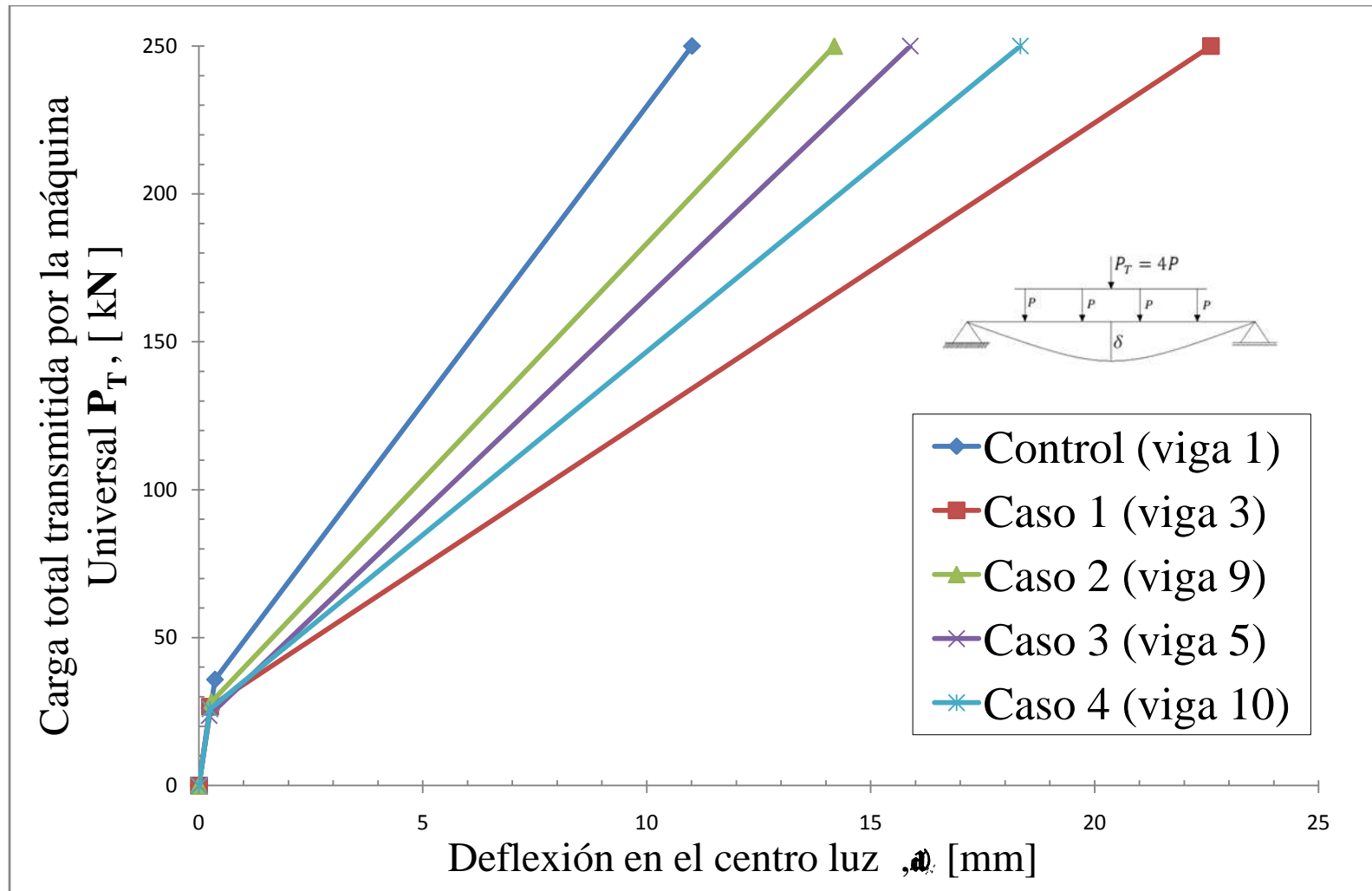
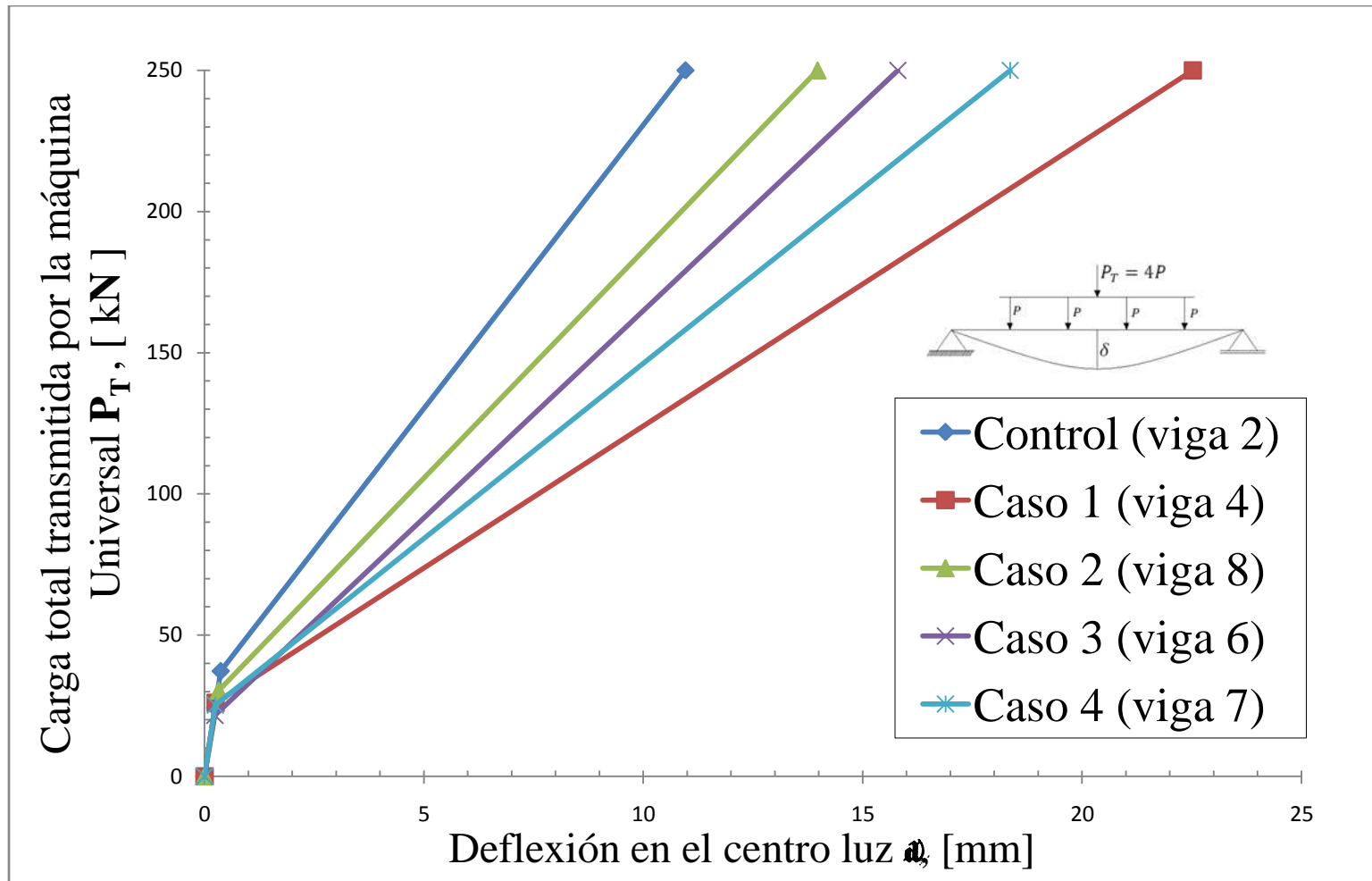


Figura 4.23

Comparación de las regresiones lineales (P_T & δ) de los diferentes casos de estudio, de las vigas más favorables



4.5.2 Agrietamiento

Como ya se menciono anteriormente, las figuras 4.10 a 4.19, muestran un quiebre en la pendiente de la función [punto de agrietamiento (P_{cr} ; δ_{cr})]. El cual permite dividir a la gráfica, en dos líneas rectas, una del tipo “ $y = k_1x$ ” (al inicio del proceso de carga) y la otra de la forma “ $y = k_2x + b$ ” (luego de haberse producido el quiebre de la pendiente).

En la Tabla 4.7, están sintetizadas las ecuaciones de estas dos rectas, para todas las vigas de estudio, y además, están tabuladas las coordenadas del punto de quiebre (P_{cr} ; δ_{cr}), el cual se lo obtuvo de una forma analítica, al calcular la intersección de las rectas arriba mencionadas. Tal punto de quiebre, corresponde teóricamente al instante en que se originó la primera fisura en la viga de concreto reforzado, por lo que lo denominaremos como punto de agrietamiento.

Tabla 4.7
Pendientes de las regresiones lineales P_T & δ , y punto de agrietamiento
para todos los casos de estudio

Caso	Viga	$y = k_1x$	$y = k_2x + b$		Punto de agrietamiento	
		k_1 [kN/mm] (1)	k_2 [kN/mm] (2)	b [kN] (3)	P_{cr} [kN] (4)	δ_{cr} [mm] (5)
Control	Viga 1	99,843	20,104	28,628	35,846	0,359
	Viga 2	100,780	20,089	29,819	37,243	0,370
Caso 1	Viga 3	107,620	9,992	24,204	26,681	0,248
	Viga 4	108,490	10,058	23,476	25,875	0,238
Caso 2	Viga 8	109,420	16,098	25,172	29,514	0,270
	Viga 9	103,280	15,942	23,875	28,233	0,273
Caso 3	Viga 5	107,620	14,456	20,406	23,572	0,219
	Viga 6	107,620	14,678	18,135	20,999	0,195
Caso 4	Viga 7	100,850	12,410	22,181	25,293	0,251
	Viga 10	105,650	12,380	22,917	25,959	0,246

La tabla 4.7 nos proporciona una información vital, para realizar las primeras comparaciones cuantitativas de los casos de estudio con la viga de control.

Lo primero que salta a la vista, es que todas las vigas dieron valores similares (prácticamente iguales) para la rigidez inicial (columna 1 de la tabla 4.7). De esto se concluye, que el ducto embebido, no afecta a la rigidez de la viga, hasta cuando se presenta la primera fisura.

Otra conclusión importante, es que todos los casos de estudio, se agrietaron antes que las vigas de control. Lo cual implica que los ductos embebidos, promueven la aparición temprana de fisuras, tal como lo muestra la columna 4 de la tabla 4.7, en la cual se observa los valores de la carga de agrietamiento, es decir, aquella carga que produjo la primera fisura en la sección transversal de la viga de concreto reforzado.

4.5.2.1 Rendimiento de los casos de estudio, en función de la carga de agrietamiento

Ahora bien, realizando una valoración cuantitativa del desempeño de cada viga de estudio, en función del agrietamiento temprano, se elabora la tabla 4.8, la cual está hecha en base a los valores numéricos de las cargas de agrietamiento P_{cr} . En donde se hace una clasificación entre el menor y mayor valor de cada caso de estudio (columnas 1 y 2 respectivamente), para luego obtener un promedio de los dos valores (columna 3). Y en base a las columnas 1 y 2, se calculan los rendimientos con las fórmulas arriba indicadas.

Tabla 4.8
Cálculo de los rendimientos de los casos de estudio,
en función de la carga de agrietamiento

Caso de estudio	Carga de agrietamiento [kN]			Rendimientos		
	$P_{cr_{max}}$ (1)	$P_{cr_{min}}$ (2)	$P_{cr_{promedio}}$ (3)	Mínimo (4)	Máximo (5)	Promedio (6)
control	37,243	35,846	36,544	100%	100%	100%
caso 1	26,681	25,875	26,278	69%	74%	72%
caso 2	29,514	28,233	28,874	76%	82%	79%
caso 3	23,572	20,999	22,286	56%	66%	61%
caso 4	25,959	25,293	25,626	68%	72%	70%

(1): Representa el mayor valor (columna 4 de la tabla 4.7) entre las dos vigas pertenecientes a un mismo caso de estudio.

(2): Representa el menor valor (columna 4 de la tabla 4.7) entre las dos vigas pertenecientes a un mismo caso de estudio.

$$(3): P_{cr_{promedio}} = \frac{P_{cr_{min}} + P_{cr_{max}}}{2}$$

$$(4): \text{Rendimiento (mínimo)} = \frac{P_{cr_{min}} \text{ (de cada caso de estudio)}}{P_{cr_{max}} \text{ (de la viga de control)}} \cdot 100$$

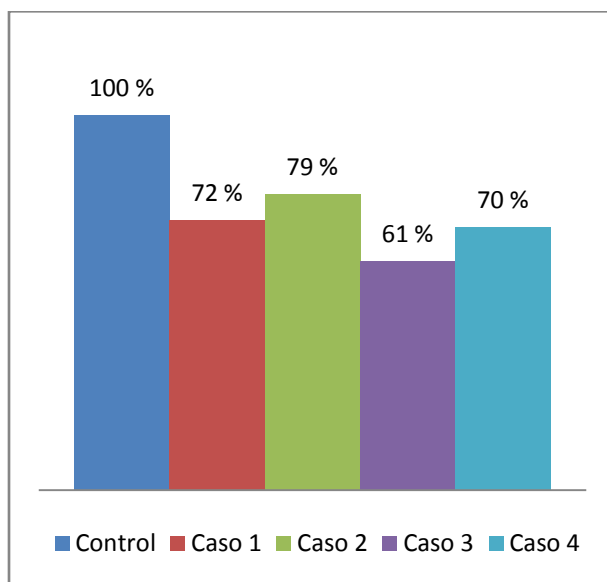
$$(5): \text{Rendimiento (máximo)} = \frac{P_{cr_{max}} \text{ (de cada caso de estudio)}}{P_{cr_{min}} \text{ (de la viga de control)}} \cdot 100$$

$$(6): \text{Rendimiento (promedio)} = \frac{\text{Rendimiento (mínimo)} + \text{Rendimiento (máximo)}}{2}$$

Graficando la columna 6 de la tabla 4.8, obtenemos la figura 4.24, en la que se muestra los rendimientos de los casos de estudio, en función de la carga de agrietamiento. Se observa que el ducto embebido afectó y promovió el agrietamiento temprano en todos los casos de estudio. Siendo el caso más desfavorable el caso 3, con un 61%, el cual corresponde al

ducto embebido localizado en el centro luz de la viga, en donde se presentaron los mayores momentos flectores.

Figura 4.24
Rendimientos de los casos de estudio,
en función de la carga de agrietamiento



Las vigas más cercanas al rendimiento máximo, fueron las del caso 2 con un 79%, les siguieron las del caso 1 con un 72%, y muy de cerca el caso 4 con un 70%.

Lo interesante es comparar el caso 1 con el caso 4, ya que a pesar de que existe una diferencia en los rendimientos, es una diferencia mínima, por lo que podría tratarse de un empate técnico.

Otro aspecto a ser valorado, es el comparar el caso 1 con el caso 3, ya que el caso 1 corresponde a una región con fuerzas de corte elevadas, mientras que el caso 3 pertenece a una zona de la viga, donde se localizan los máximos momentos flectores (centro luz), y como se puede advertir, el efecto del momento flector, tiene mayor peso que su contraparte de la fuerza de corte, en la aparición temprana de las primeras fisuras. Siendo del orden del 11% ($72 - 61 = 11$) más que su contraparte de la fuerza de corte.

4.5.2.2 Rendimiento de los casos de estudio, en función de la deflexión de agrietamiento

Lo interesante de las anteriores conclusiones, es que es posible validarlas, realizando el mismo procedimiento de la tabla 4.8, solamente que ahora en vez de utilizar el valor de las cargas de agrietamiento (P_{cr}), utilizaríamos los valores de las deflexiones de agrietamiento δ_{cr} , (columna 5 de la tabla 4.7), ver tabla 4.9.

La deflexión de agrietamiento, debe entenderse conceptualmente, como aquella deflexión medida en el centro luz de la viga, para la cual se produjo la primera fisura en la sección transversal de la viga de concreto reforzado.

Tabla 4.9
Cálculo de los rendimientos de los casos de estudio,
en función de la deflexión de agrietamiento

Caso de estudio	Deflexión de agrietamiento [mm]			Rendimientos		
	$\delta_{cr \max}$ (1)	$\delta_{cr \min}$ (2)	$\delta_{cr \text{ promedio}}$ (3)	Mínimo (4)	Máximo (5)	Promedio (6)
control	0,370	0,359	0,364	100%	100%	100%
caso 1	0,248	0,238	0,243	65%	69%	67%
caso 2	0,273	0,270	0,272	73%	76%	75%
caso 3	0,219	0,195	0,207	53%	61%	57%
caso 4	0,251	0,246	0,248	66%	70%	68%

(1): Representa el mayor valor (columna 5 de la tabla 4.7) entre las dos vigas pertenecientes a un mismo caso de estudio.

(2): Representa el menor valor (columna 5 de la tabla 4.7) entre las dos vigas pertenecientes a un mismo caso de estudio.

$$(3): \delta_{cr \text{ promedio}} = \frac{\delta_{cr \min} + \delta_{cr \max}}{2}$$

$$(4): \text{Rendimiento (mínimo)} = \frac{\delta_{cr \min} (\text{de cada caso de estudio})}{\delta_{cr \max} (\text{de la viga de control})} \cdot 100$$

$$(5): \text{Rendimiento (máximo)} = \frac{\delta_{cr \max} (\text{de cada caso de estudio})}{\delta_{cr \min} (\text{de la viga de control})} \cdot 100$$

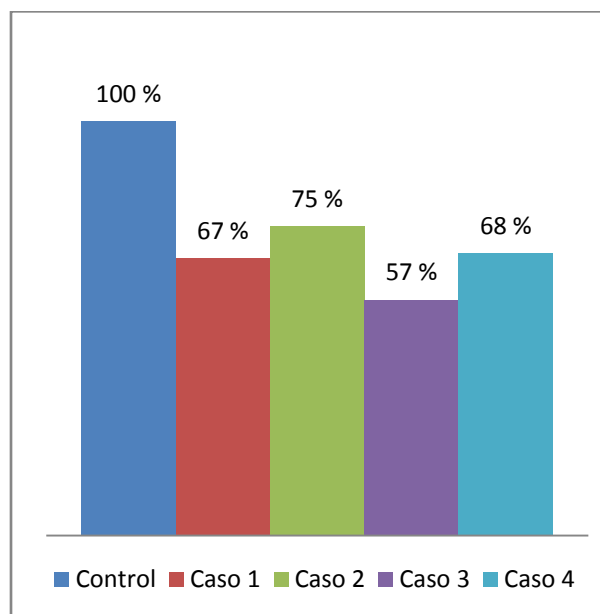
$$(6): \text{Rendimiento (promedio)} = \frac{\text{Rendimiento (mínimo)} + \text{Rendimiento (máximo)}}{2}$$

La figura 4.25, muestra un diagrama de barras de los rendimientos promedios (columna 6 de la tabla 4.9), en función de la deflexión de agrietamiento, en donde se constata que los rendimientos obtenidos son ligeramente más pequeños que los obtenidos utilizando el criterio de la carga de agrietamiento. Aun así, se conserva la tendencia, dando el mejor rendimiento para el caso 2 con un 75 %, le sigue el caso 4 con un 68%, seguido muy de cerca del caso 1 con un 67%, y en último lugar, el caso 3 con un 57%.

Lo interesante es compara el caso 1 con el caso 4, ya que dieron valores muy parecidos, dándole una muy pequeña ventaja al caso 4 con apenas el 1% ($68 - 67 = 1$).

Ahora bien, si comparamos el efecto del momento (caso 3), con el efecto de la fuerza de corte (caso 1), se obtiene que el efecto del momento flector, tiene mayor peso que su contraparte de la fuerza de corte, en la aparición temprana de las primeras fisuras. Siendo del orden del 10% ($67 - 57 = 10$) más que su contraparte de la fuerza de corte.

Figura 4.25
Rendimientos de los casos de estudio,
en función de la deflexión de agrietamiento



Para realizar una valoración objetiva de los rendimientos de cada caso de estudio, en función del agrietamiento temprano, se elaboró la tabla 4.10, en la cual están resumidos los rendimientos obtenidos utilizando el criterio de la carga de agrietamiento con los calculados utilizando los valores de la deflexión de agrietamiento. Para lo cual se obtuvo un promedio general, utilizando los promedios de uno y otro criterio (columna 7).

Tabla 4.10
Comparación de los rendimientos,
utilizando la carga y la deflexión de agrietamiento

Caso de estudio	Rendimientos						Promedio de las columnas 3 y 6 (7)
	Carga de agrietamiento			Deflexión de agrietamiento			
	Mínimo (1)	Máximo (2)	Promedio (3)	Mínimo (4)	Máximo (5)	Promedio (6)	
control	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
caso 1	69%	74%	72%	65%	69%	67%	69%
caso 2	76%	82%	79%	73%	76%	75%	77%
caso 3	56%	66%	61%	53%	61%	57%	59%
caso 4	68%	72%	70%	66%	70%	68%	69%

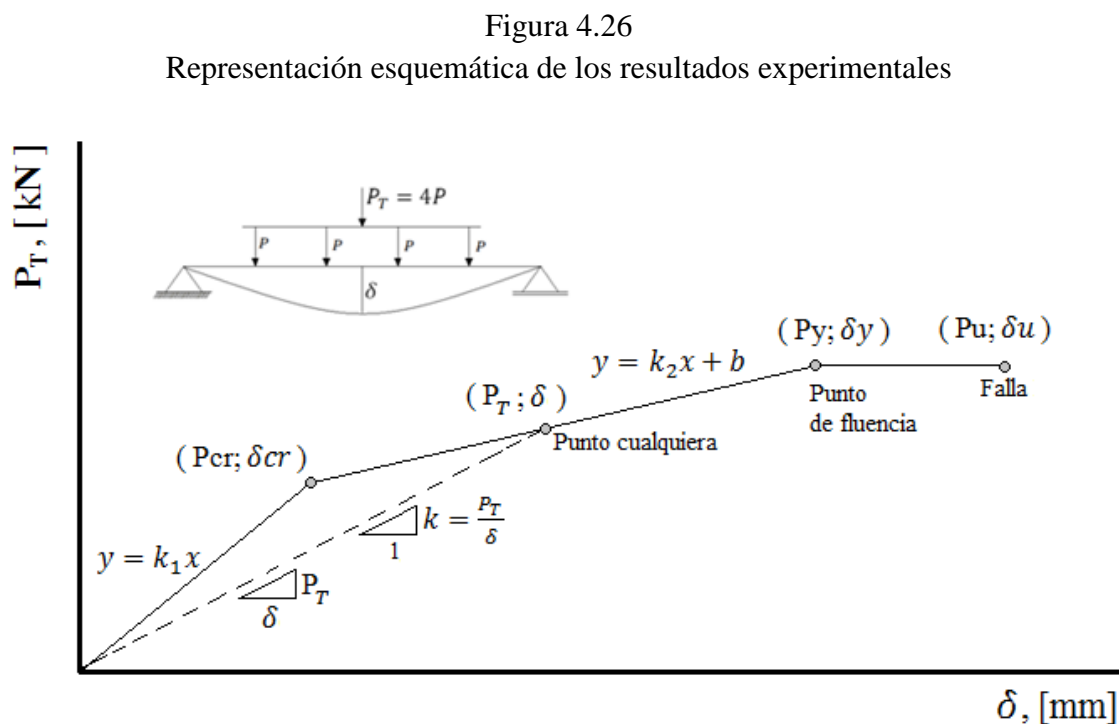
Como ya se indicó anteriormente, los rendimientos utilizando el criterio de la deflexión de agrietamiento, arrojaron valores promedios un poco más bajos que los rendimientos por carga de agrietamiento, manteniendo la tendencia para cada caso de estudio.

En resumen, y utilizando los valores de los promedios de la columna 7 de la tabla 4.10, podemos señalar, que el caso 3 en definitiva fue el rendimiento más bajo con un promedio del 59% (prácticamente 60%), le siguen los casos 1 y 4, los cuales obtuvieron el mismo rendimiento 69 % (prácticamente 70%), mientras que el mejor rendimiento de todos, lo obtuvo el caso 2, con un rendimiento promedio del 77% (conservadoramente un 75%).

4.5.3 Rigidez de las vigas de estudio

Para analizar la pérdida de la rigidez de cada viga de estudio, es necesario definir previamente algunas ecuaciones, que serán de mucha utilidad, para validar a los modelos matemáticos que serán utilizados para la presente investigación.

Como ya se menciono anteriormente, todas las gráficas (figura 4.10 a 4.19), mostraron un punto de quiebre, esquematizado por las coordenadas $(P_{cr}; \delta_{cr})$, ver figura 4.26.



Como está esquematizado en la figura 4.26, se obtuvo dos rectas, de pendientes k_1 y k_2 , correspondientes a las regresiones lineales realizadas en las gráficas de las figuras 4.10 a 4.19, siendo el punto (P_{cr} ; δ_{cr}), su punto de intersección.

En la figura 4.26, se observa gráficamente la definición de rigidez “k”, representada como la pendiente de la recta que va desde el origen de coordenadas hasta el punto donde se desee calcular la rigidez, matemáticamente:

$$k = \frac{P_T}{\delta} \quad (4.2)$$

Con la ayuda del esquema de la figura 4.26, se definen a todas las ecuaciones para todo el espectro de valores de la carga, desde cero hasta la falla.

$$P_T = k_1 \delta \quad (0 \leq P_T \leq P_{cr}) \quad (4.3)$$

$$P_T = k_2 \delta + b \quad (P_{cr} \leq P_T \leq P_y) \quad (4.4)$$

$$P_T = P_y \quad (P_y \leq P_T \leq P_u) \quad (4.5)$$

Para el rango ($0 \leq P_T \leq P_{cr}$), la rigidez de la viga está definida por $k = P_T/\delta$, lo que significa que la rigidez para este rango, sería igual al valor de la constante k_1 .

$$k = k_1 \quad (4.6)$$

La ecuación 4.6, sería válida, solamente para el rango $0 \leq \delta \leq \delta_{cr}$.

Para el rango ($P_{cr} \leq P_T \leq P_y$), habría que dividir la ecuación (4.4) entre δ , es decir:

$$\frac{P_T}{\delta} = \frac{k_2 \delta + b}{\delta} = k_2 + \frac{b}{\delta}$$

Y puesto que la rigidez de la viga de concreto reforzado está definida por $k = P_T/\delta$, entonces se deduce que la rigidez de la viga, en función de la deflexión será igual a:

$$k_{(\delta)} = k_2 + \frac{b}{\delta} \quad (4.7)$$

De la ecuación 4.4. es posible despejar el valor de δ en función de P_T , y reemplazar dicha expresión en la ecuación 4.7. De este modo se obtendría la rigidez de la viga, en función de la carga P_T (ecuación 4.8).

$$k_{(P_T)} = k_2 \left(1 + \frac{1}{\left(\frac{P_T}{b}\right)^{-1}} \right) \quad (4.8)$$

Las ecuaciones 4.7 y 4.8, son válidas para el rango $\delta_{cr} \leq \delta \leq \delta_y$.

Para el rango $(P_y \leq P_T \leq P_u)$, el valor de P_T , es prácticamente constante, por lo que dividiendo la ecuación 4.5. entre δ , tenemos que $P_T/\delta = P_y/\delta$, y en vista a la definición de rigidez ($k = P_T/\delta$), se deduce que la rigidez de la viga, en función de la deflexión es:

$$k_{(\delta)} = P_y/\delta \quad (4.9)$$

La ecuación 4.9 es válida para el rango $\delta_y \leq \delta \leq \delta_u$.

Con las ecuaciones 4.6, 4.7 y 4.8 será posible calcular la rigidez de la viga para cada instante de carga, o para cada instante de deflexión, ya que los valores de las constantes k_1 , k_2 y b , fueron determinadas previamente (ver Tabla 4.7), mientras que al mismo tiempo, será posible medir a la rigidez en cada instante, utilizando la ecuación 4.2. ya que se conocen la carga y la deflexión, las cuales fueron medidas en el ensayo. (ver Tabla 4.11)

Lo interesante de lo señalado anteriormente, es el hecho de que será posible medir y al mismo tiempo calcular, el valor de la rigidez para cada instante de carga, y de esta forma se logrará contrastar el modelo con los datos experimentales, y de esta manera, realizar una valoración cuantitativa del fenómeno.

En las figuras 4.27 a 4.36, están graficadas la rigidez de cada viga de estudio en función de la carga aplicada, en donde se comparan los valores medidos (Tabla 4.11), con los obtenidos por los modelos de las ecuaciones 4.6 y 4.8.

Seguido de las figuras 4.27 a 4.36, se confeccionaron las figuras 4.37 y 4.38 (ver página 85 y 86 respectivamente) en las cuales se observa a todos los casos de estudio en una misma gráfica. En la figura 4.27, están graficados los casos más desfavorables, es decir, aquellas gráficas que dieron valores más bajos (de cada caso de estudio), las cuales fueron comparadas con la viga de control que obtuvo el mayor valor en la rigidez. Mientras que la figura 4.36, están los casos más favorables, es decir, aquellas vigas que obtuvieron los mayores valores en la rigidez, comparándolas con la viga de control de menor rigidez.

Tabla 4.11
Rigidez de cada viga de estudio, en cada instante de carga

P _T kN	Deflexión centro luz bajo la acción de la carga P _T , [mm]										Rigidez de la viga para cada instante de carga P _T , [kN/mm]									
	viga 1	viga 2	viga 3	viga 4	viga 8	viga 9	viga 5	viga 6	viga 7	viga 10	viga 1	viga 2	viga 3	viga 4	viga 8	viga 9	viga 5	viga 6	viga 7	viga 10
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)	(21)
5	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
10	0,10	0,10	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,09	0,10	0,09	100,0	100,0	111,1	111,1	111,1	111,1	111,1	111,1	100,0	111,1
15	0,16	0,15	0,14	0,15	0,14	0,14	0,14	0,14	0,15	0,14	93,8	100,0	107,1	100,0	107,1	107,1	107,1	107,1	100,0	107,1
20	0,18	0,18	0,50	0,45	0,18	0,20	0,42	0,46	0,19	0,18	111,1	111,1	40,0	44,4	111,1	100,0	47,6	43,5	105,3	111,1
25	0,25	0,25	0,72	0,73	0,45	0,43	0,75	0,83	0,25	0,25	100,0	100,0	34,7	34,2	55,6	58,1	33,3	30,1	100,0	100,0
30	0,28	0,31	1,00	1,10	0,70	0,75	1,00	1,10	0,30	0,28	107,1	96,8	30,0	27,3	42,9	40,0	30,0	27,3	100,0	107,1
35	0,35	0,34	1,20	1,35	1,00	1,10	1,30	1,25	0,75	0,76	100,0	102,9	29,2	25,9	35,0	31,8	26,9	28,0	46,7	46,1
40	0,42	0,40	1,50	1,55	1,30	1,25	1,50	1,45	1,25	1,27	95,2	100,0	26,7	25,8	30,8	32,0	26,7	27,6	32,0	31,5
45	0,63	0,65	2,10	2,00	1,55	1,45	1,83	1,75	1,70	1,65	71,4	69,2	21,4	22,5	29,0	31,0	24,6	25,7	26,5	27,3
50	0,95	1,00	2,45	2,50	1,85	1,80	2,00	1,95	2,20	2,10	52,6	50,0	20,4	20,0	27,0	27,8	25,0	25,6	22,7	23,8
55	1,30	1,30	2,90	2,85	2,10	2,00	2,37	2,45	2,70	2,65	42,3	42,3	19,0	19,3	26,2	27,5	23,2	22,4	20,4	20,8
60	1,58	1,60	3,35	3,40	2,40	2,35	2,65	2,63	3,22	3,24	38,0	37,5	17,9	17,6	25,0	25,5	22,6	22,8	18,6	18,5
65	1,85	1,75	3,85	3,75	2,76	2,52	2,88	2,90	3,60	3,55	35,1	37,1	16,9	17,3	23,6	25,8	22,6	22,4	18,1	18,3
70	2,12	1,95	4,25	4,35	3,09	2,65	3,05	3,40	4,10	4,20	33,0	35,9	16,5	16,1	22,6	26,4	22,9	20,6	17,1	16,7
75	2,45	2,25	5,10	5,20	3,29	3,00	3,46	3,80	4,35	4,47	30,6	33,3	14,7	14,4	22,8	25,0	21,7	19,7	17,2	16,8
80	2,65	2,45	5,75	5,85	3,46	3,25	3,71	4,20	4,75	4,75	30,2	32,7	13,9	13,7	23,1	24,6	21,6	19,0	16,8	16,8
85	2,80	2,75	6,10	6,25	3,62	3,65	4,17	4,50	5,30	5,00	30,4	30,9	13,9	13,6	23,5	23,3	20,4	18,9	16,0	17,0
90	3,20	2,95	6,75	6,89	3,79	3,95	4,73	4,90	5,75	5,45	28,1	30,5	13,3	13,1	23,7	22,8	19,0	18,4	15,7	16,5
95	3,40	3,30	7,27	7,56	4,00	4,30	5,19	5,10	6,00	5,85	27,9	28,8	13,1	12,6	23,7	22,1	18,3	18,6	15,8	16,2
100	3,55	3,55	8,00	8,15	4,31	4,55	5,44	5,70	6,25	6,45	28,2	28,2	12,5	12,3	23,2	22,0	18,4	17,5	16,0	15,5
105	3,75	3,75	8,70	8,65	4,55	5,00	5,75	5,90	6,55	6,65	28,0	28,0	12,1	12,1	23,1	21,0	18,3	17,8	16,0	15,8

Tabla 4.11 (Continuación)
Rigidez de cada viga de estudio, en cada instante de carga

P _T kN	Deflexión centro luz bajo la acción de la carga P _T , [mm]										Rigidez de la viga para cada instante de carga P _T , [kN/mm]									
	viga 1	viga 2	viga 3	viga 4	viga 8	viga 9	viga 5	viga 6	viga 7	viga 10	viga 1	viga 2	viga 3	viga 4	viga 8	viga 9	viga 5	viga 6	viga 7	viga 10
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)	(21)
110	3,95	4,00	9,45	9,25	4,85	5,30	6,41	6,30	7,30	6,85	27,8	27,5	11,6	11,9	22,7	20,8	17,2	17,5	15,1	16,1
115	4,34	4,25	9,85	9,75	5,18	5,55	6,61	6,65	7,65	7,35	26,5	27,1	11,7	11,8	22,2	20,7	17,4	17,3	15,0	15,6
120	4,55	4,45	10,20	9,95	5,41	6,00	6,92	7,00	8,00	7,85	26,4	27,0	11,8	12,1	22,2	20,0	17,4	17,1	15,0	15,3
125	4,73	4,75	10,43	10,25	5,73	6,10	7,12	7,30	8,55	8,34	26,4	26,3	12,0	12,2	21,8	20,5	17,6	17,1	14,6	15,0
130	5,00	5,00	10,64	10,55	6,08	6,45	7,37	7,70	8,75	8,90	26,0	26,0	12,2	12,3	21,4	20,2	17,6	16,9	14,9	14,6
135	5,30	5,30	10,85	10,80	6,38	6,87	7,78	8,10	9,35	9,20	25,5	25,5	12,4	12,5	21,2	19,7	17,4	16,7	14,4	14,7
140	5,45	5,50	11,10	11,00	6,67	7,16	8,14	8,30	9,45	9,35	25,7	25,5	12,6	12,7	21,0	19,6	17,2	16,9	14,8	15,0
145	5,75	5,65	11,32	11,25	7,11	7,55	8,59	8,70	9,85	9,75	25,2	25,7	12,8	12,9	20,4	19,2	16,9	16,7	14,7	14,9
150	5,95	5,90	11,70	11,65	7,44	7,86	8,90	9,10	10,23	9,85	25,2	25,4	12,8	12,9	20,2	19,1	16,9	16,5	14,7	15,2
155	6,30	6,25	12,35	12,40	7,85	8,19	9,41	9,25	10,50	10,30	24,6	24,8	12,6	12,5	19,7	18,9	16,5	16,8	14,8	15,0
160	6,65	6,55	12,95	12,95	8,10	8,41	9,71	9,50	10,70	10,65	24,1	24,4	12,4	12,4	19,8	19,0	16,5	16,8	15,0	15,0
165	6,80	6,75	13,55	13,65	8,30	8,87	10,02	9,80	10,95	11,30	24,3	24,4	12,2	12,1	19,9	18,6	16,5	16,8	15,1	14,6
170	7,10	6,95	14,35	14,40	8,75	9,17	10,51	10,20	11,45	11,65	23,9	24,5	11,8	11,8	19,4	18,5	16,2	16,7	14,8	14,6
175	7,35	7,20	15,20	15,10	9,35	9,51	10,83	10,50	12,25	12,00	23,8	24,3	11,5	11,6	18,7	18,4	16,2	16,7	14,3	14,6
180	7,55	7,45	15,65	16,15	9,70	9,85	11,19	10,90	12,55	12,65	23,8	24,2	11,5	11,1	18,6	18,3	16,1	16,5	14,3	14,2
185	7,70	7,65	16,25	16,80	10,00	10,24	11,49	11,30	12,95	13,20	24,0	24,2	11,4	11,0	18,5	18,1	16,1	16,4	14,3	14,0
190	7,95	7,93	17,00	17,45	10,50	10,43	11,64	11,80	13,43	13,54	23,9	24,0	11,2	10,9	18,1	18,2	16,3	16,1	14,1	14,0
195	8,30	8,25	17,45	18,10	10,75	10,91	11,85	12,10	14,00	14,20	23,5	23,6	11,2	10,8	18,1	17,9	16,5	16,1	13,9	13,7
200	8,50	8,55	17,95	18,35	11,20	11,26	12,05	12,50	14,25	14,35	23,5	23,4	11,1	10,9	17,9	17,8	16,6	16,0	14,0	13,9
205	8,80	8,75	18,55	18,45	11,45	11,51	12,51	12,88	14,53	14,55	23,3	23,4	11,1	11,1	17,9	17,8	16,4	15,9	14,1	14,1
210	9,00	9,10	18,85	18,65	11,75	11,83	12,92	13,10	14,75	14,64	23,3	23,1	11,1	11,3	17,9	17,8	16,3	16,0	14,2	14,3

Tabla 4.11 (Continuación)
Rigidez de cada viga de estudio, en cada instante de carga

P _T kN	Deflexión centro luz bajo la acción de la carga P _T , [mm]										Rigidez de la viga para cada instante de carga P _T , [kN/mm]									
	viga 1	viga 2	viga 3	viga 4	viga 8	viga 9	viga 5	viga 6	viga 7	viga 10	viga 1	viga 2	viga 3	viga 4	viga 8	viga 9	viga 5	viga 6	viga 7	viga 10
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)	(21)
215	9,24	9,25	19,25	18,95	12,00	12,05	13,63	13,38	15,10	15,35	23,3	23,2	11,2	11,3	17,9	17,8	15,8	16,1	14,2	14,0
220	9,50	9,45	19,75	19,25	12,40	12,34	13,98	13,65	16,20	15,85	23,2	23,3	11,1	11,4	17,7	17,8	15,7	16,1	13,6	13,9
225	9,65	9,75	20,05	19,55	12,65	12,77	14,24	14,01	16,45	16,10	23,3	23,1	11,2	11,5	17,8	17,6	15,8	16,1	13,7	14,0
230	10,10	10,00	20,45	20,00	12,95	12,88	14,69	14,28	16,95	16,75	22,8	23,0	11,2	11,5	17,8	17,9	15,7	16,1	13,6	13,7
235	10,35	10,20	20,95	20,35	13,20	13,25	14,95	14,85	17,45	17,40	22,7	23,0	11,2	11,5	17,8	17,7	15,7	15,8	13,5	13,5
240	10,50	10,45	21,40	21,10	13,35	13,55	15,26	15,10	17,76	17,85	22,9	23,0	11,2	11,4	18,0	17,7	15,7	15,9	13,5	13,4
245	10,75	10,65	21,75	21,85	13,65	13,85	15,66	15,72	18,23	18,35	22,8	23,0	11,3	11,2	17,9	17,7	15,6	15,6	13,4	13,4
250	11,00	10,85	22,40	22,45	14,00	14,15	16,02	15,97	18,55	18,65	22,7	23,0	11,2	11,1	17,9	17,7	15,6	15,7	13,5	13,4

(12): Columna (1) / Columna (2)
 (13): Columna (1) / Columna (3)
 (14): Columna (1) / Columna (4)
 (15): Columna (1) / Columna (5)
 (16): Columna (1) / Columna (6)
 (17): Columna (1) / Columna (7)
 (18): Columna (1) / Columna (8)
 (19): Columna (1) / Columna (9)
 (20): Columna (1) / Columna (10)
 (21): Columna (1) / Columna (11)

Figura 4.27
Relación rigidez & carga P_T , para la viga de control (viga 1)

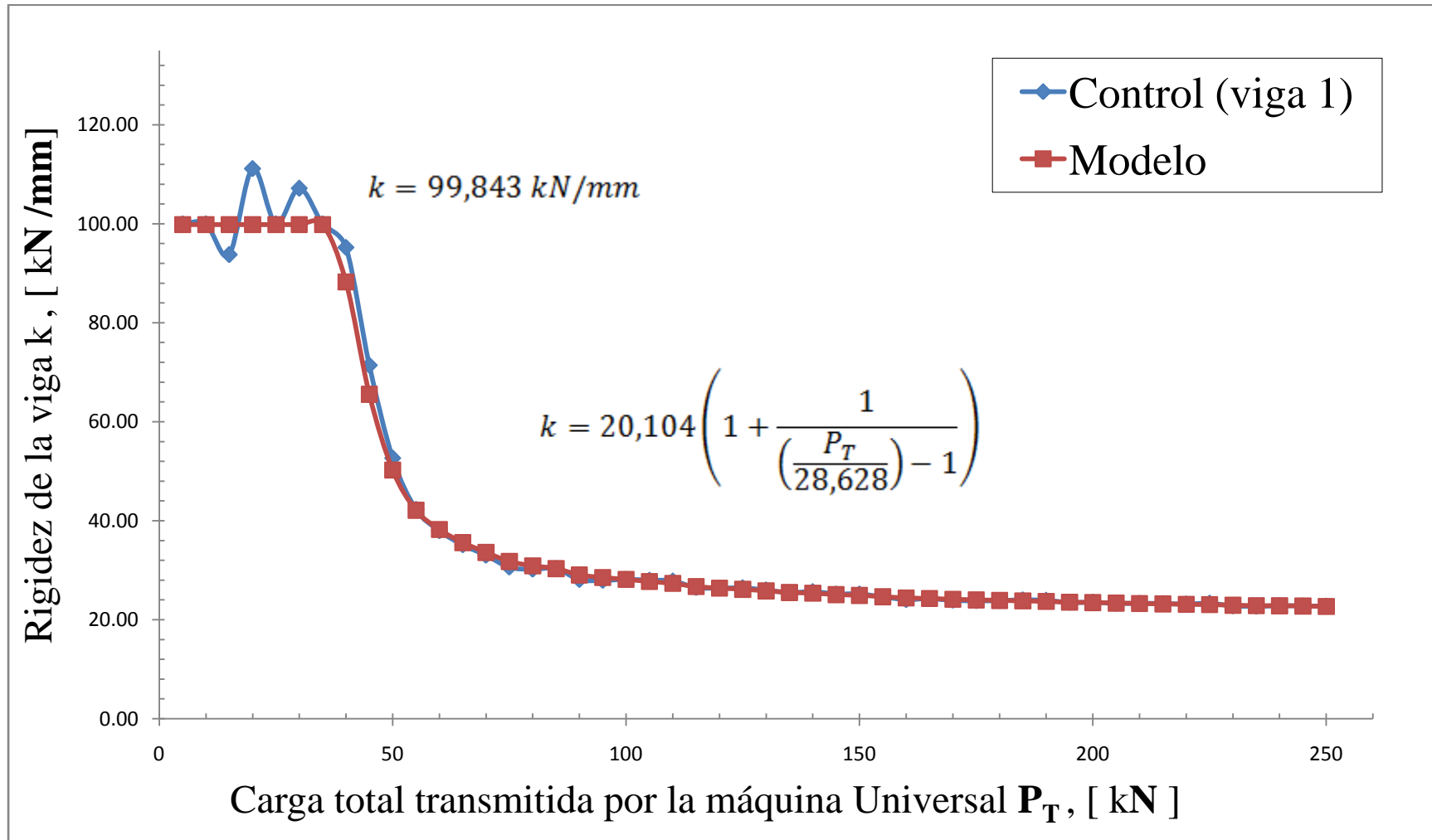


Figura 4.28
Relación rigidez & carga P_T , para la viga de control (viga 2)

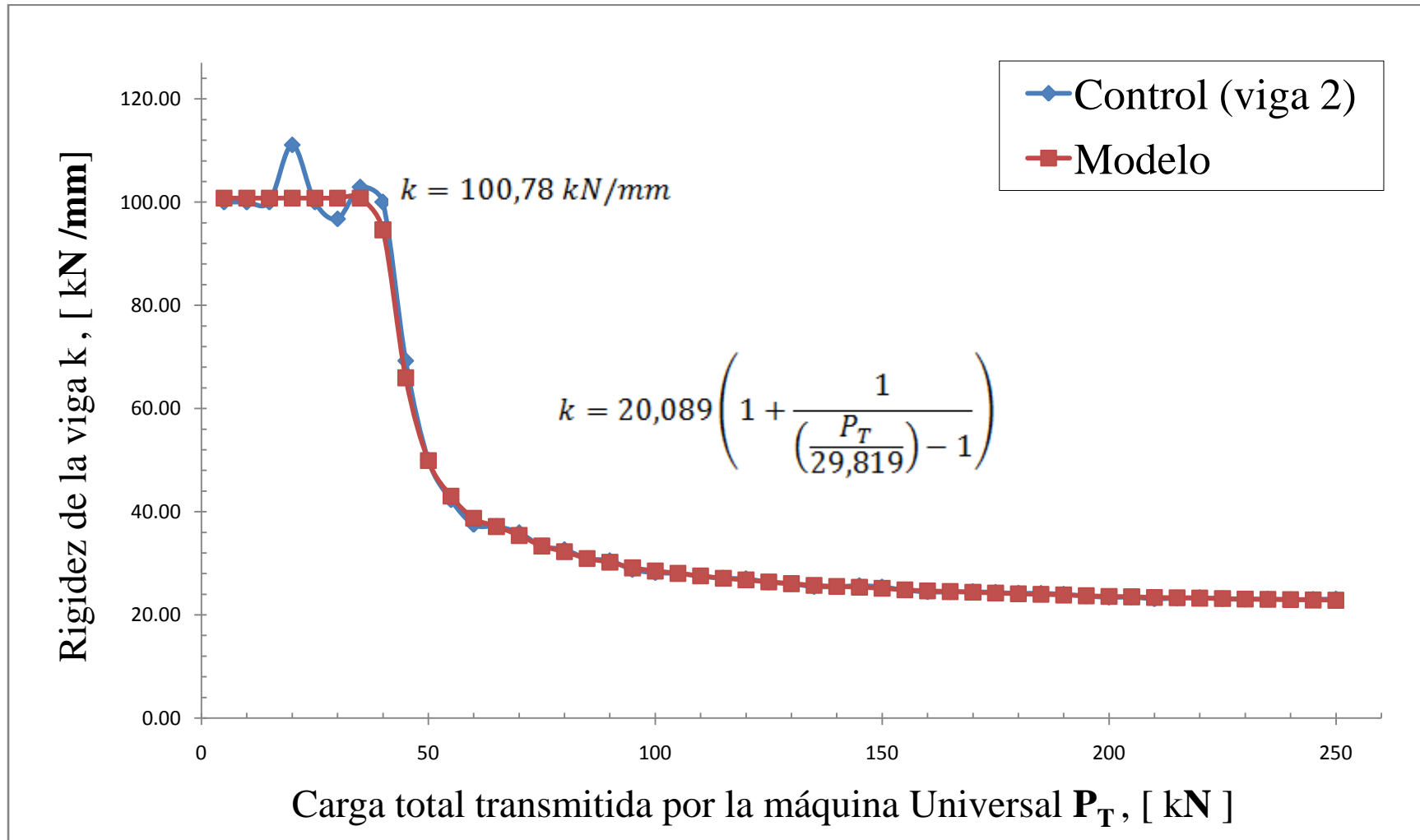


Figura 4.29
Relación rigidez & carga P_T , para el caso 1 (viga 3)

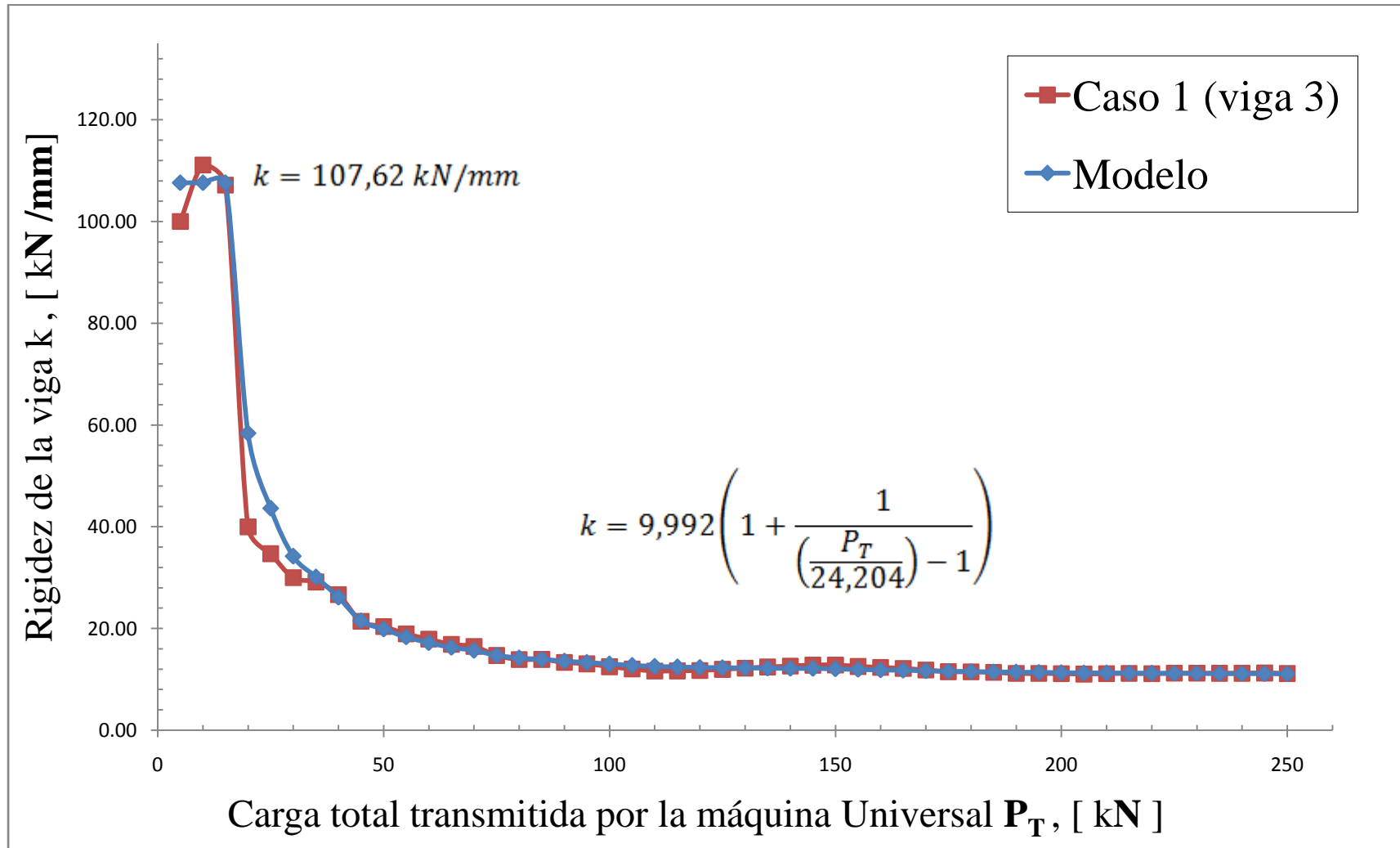


Figura 4.30
Relación rigidez & carga P_T , para el caso 1 (viga 4)

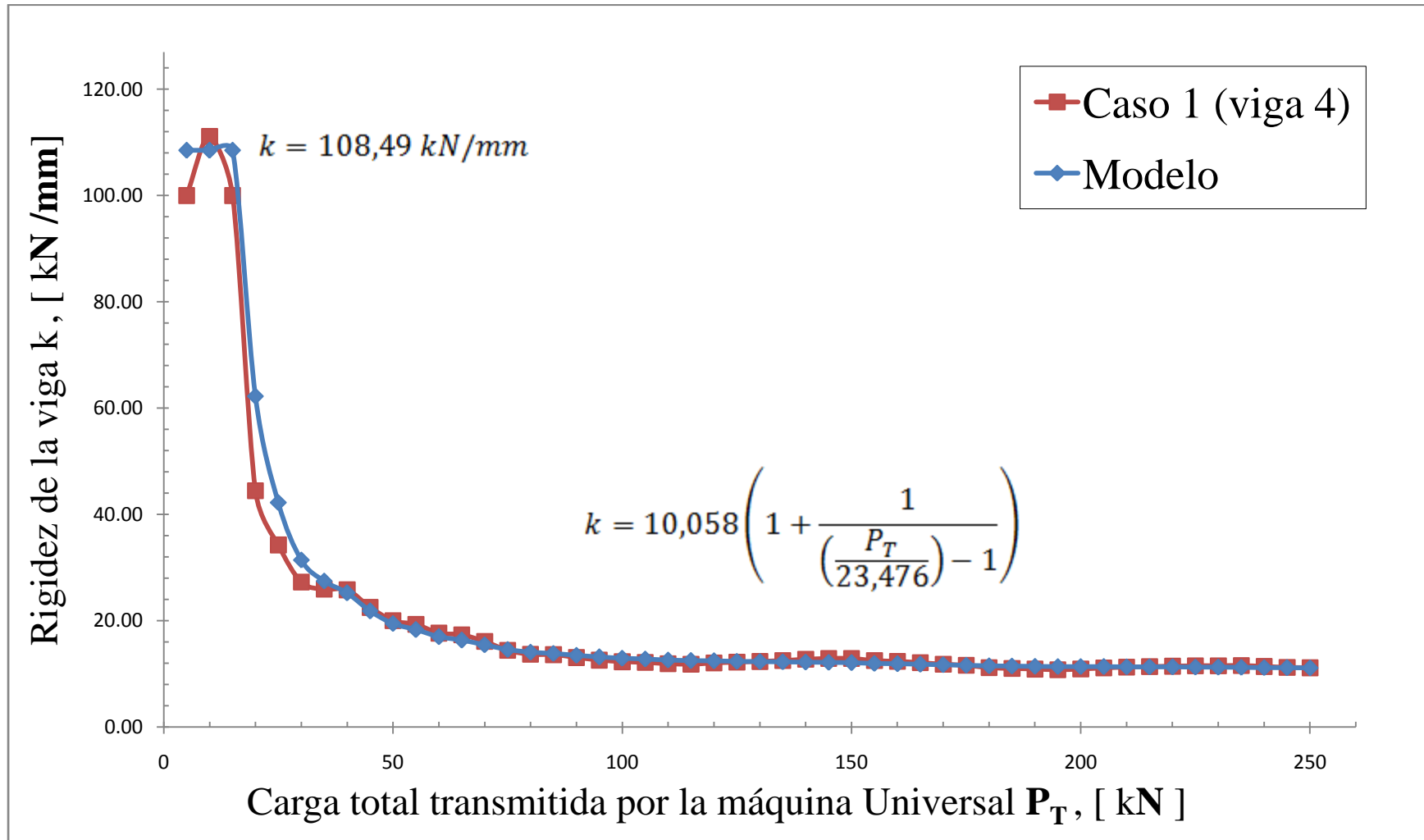


Figura 4.31
Relación rigidez & carga P_T , para el caso 2 (viga 8)

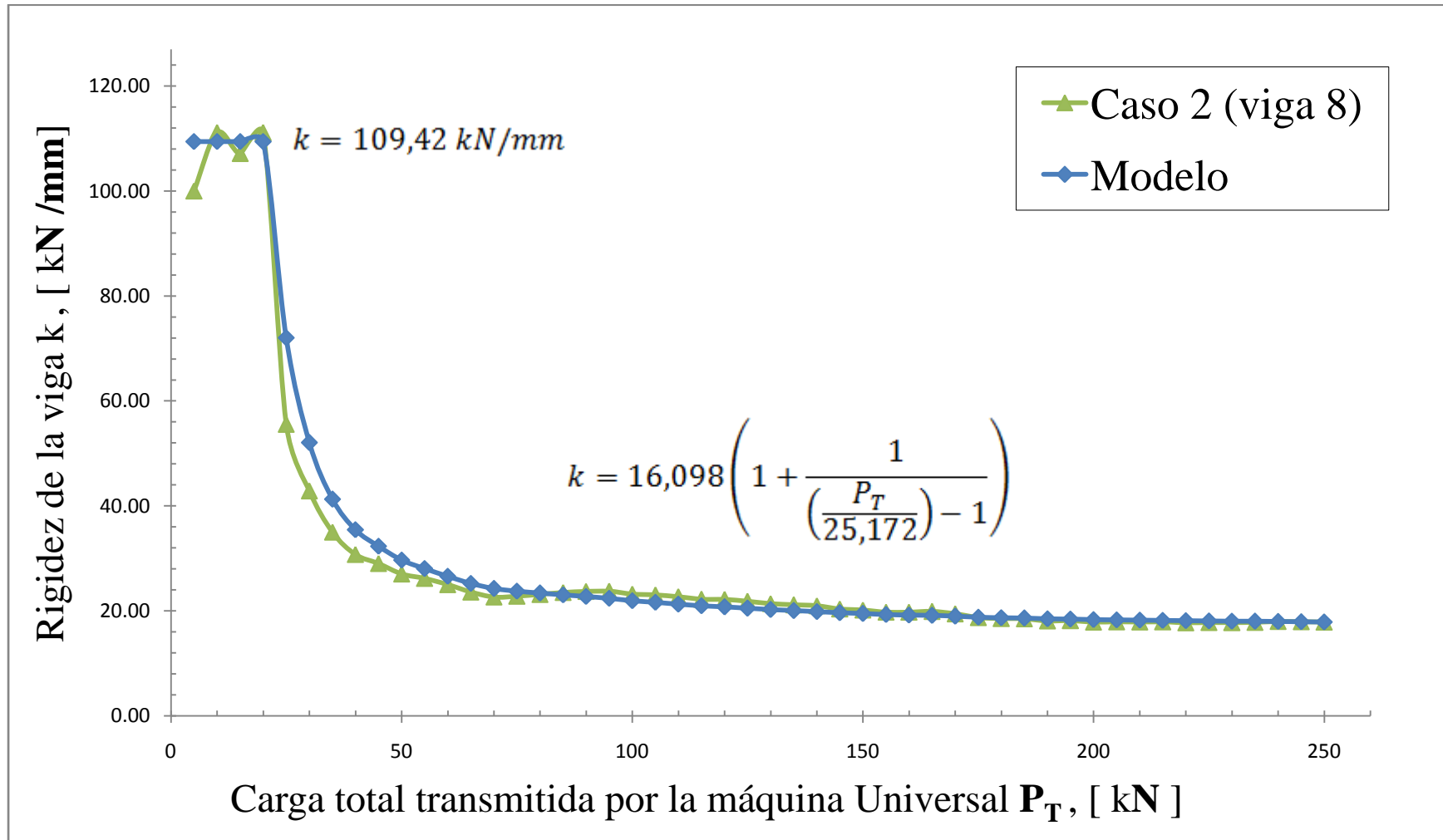


Figura 4.32
Relación rigidez & carga P_T , para el caso 2 (viga 9)

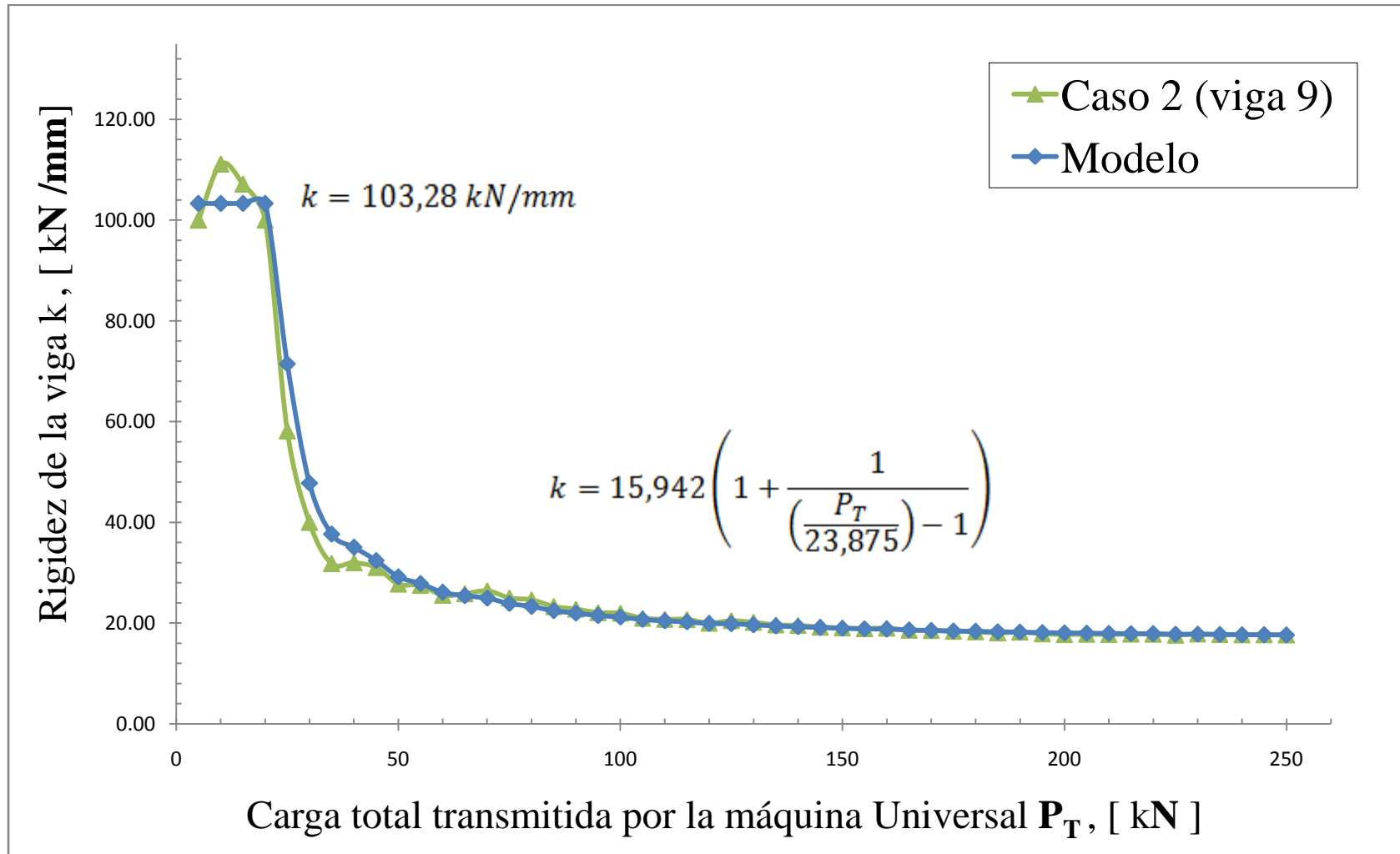


Figura 4.33
Relación rigidez & carga P_T , para el caso 3 (viga 5)

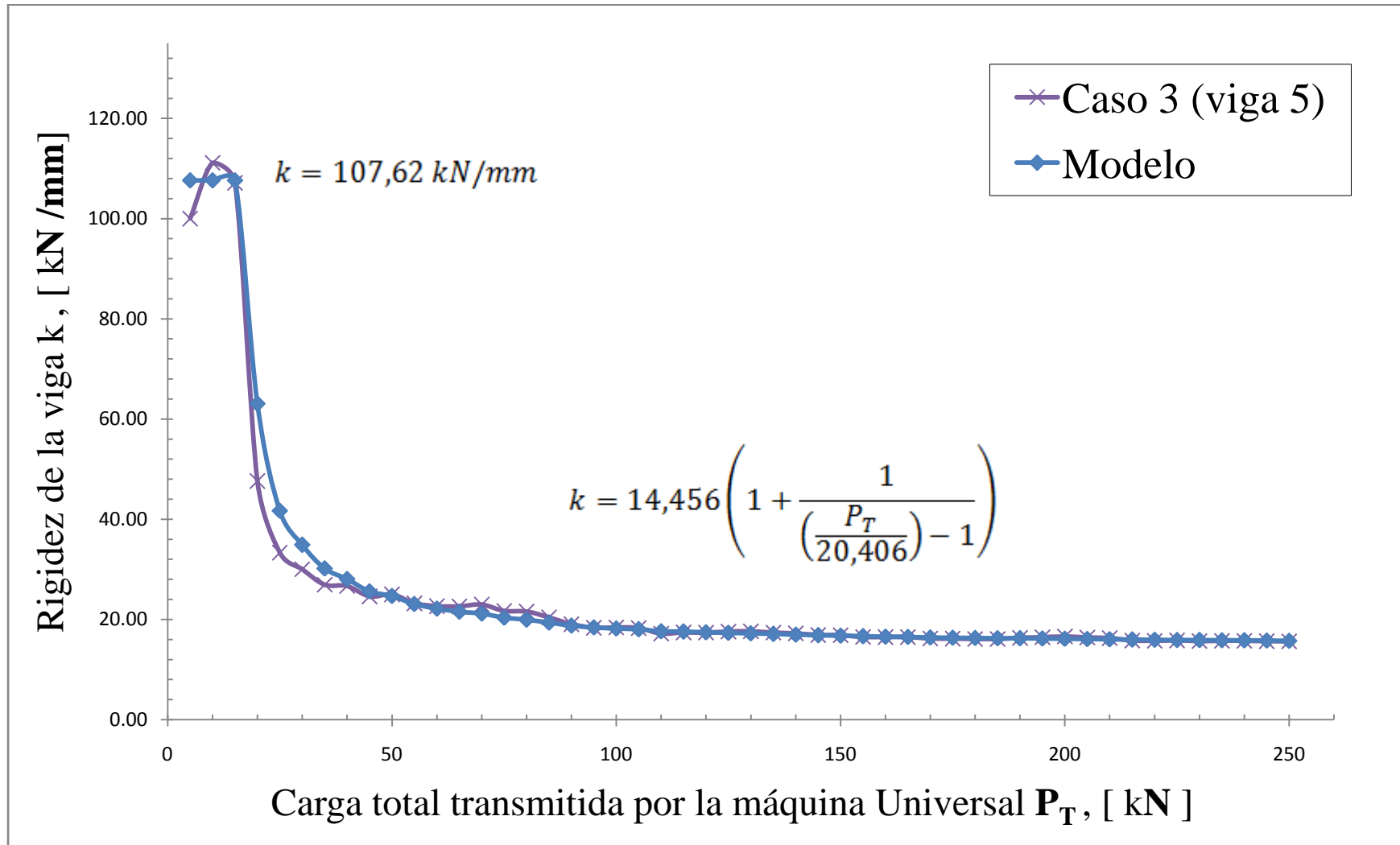


Figura 4.34
Relación rigidez & carga P_T , para el caso 3 (viga 6)

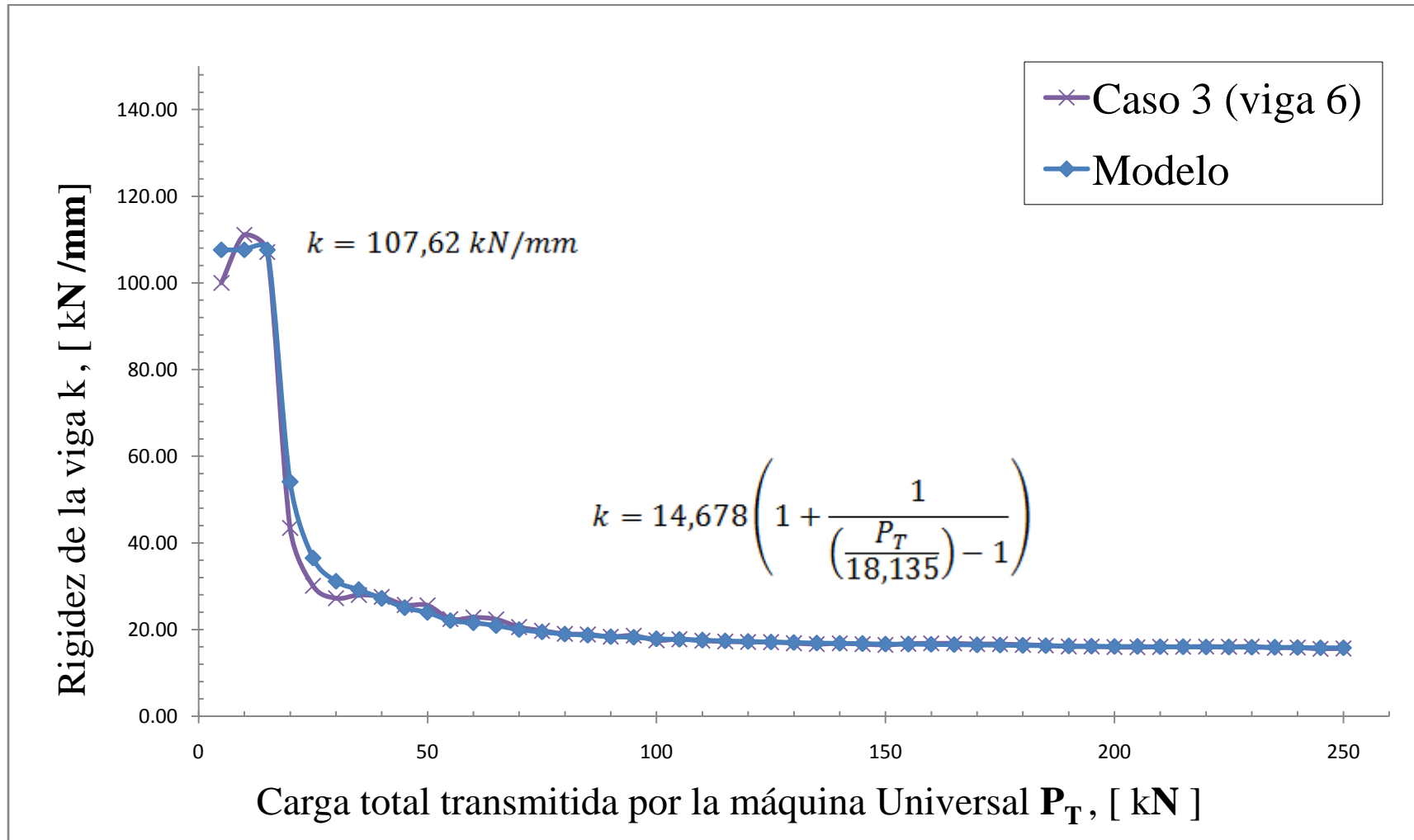


Figura 4.35
Relación rigidez & carga P_T , para el caso 4 (viga 7)

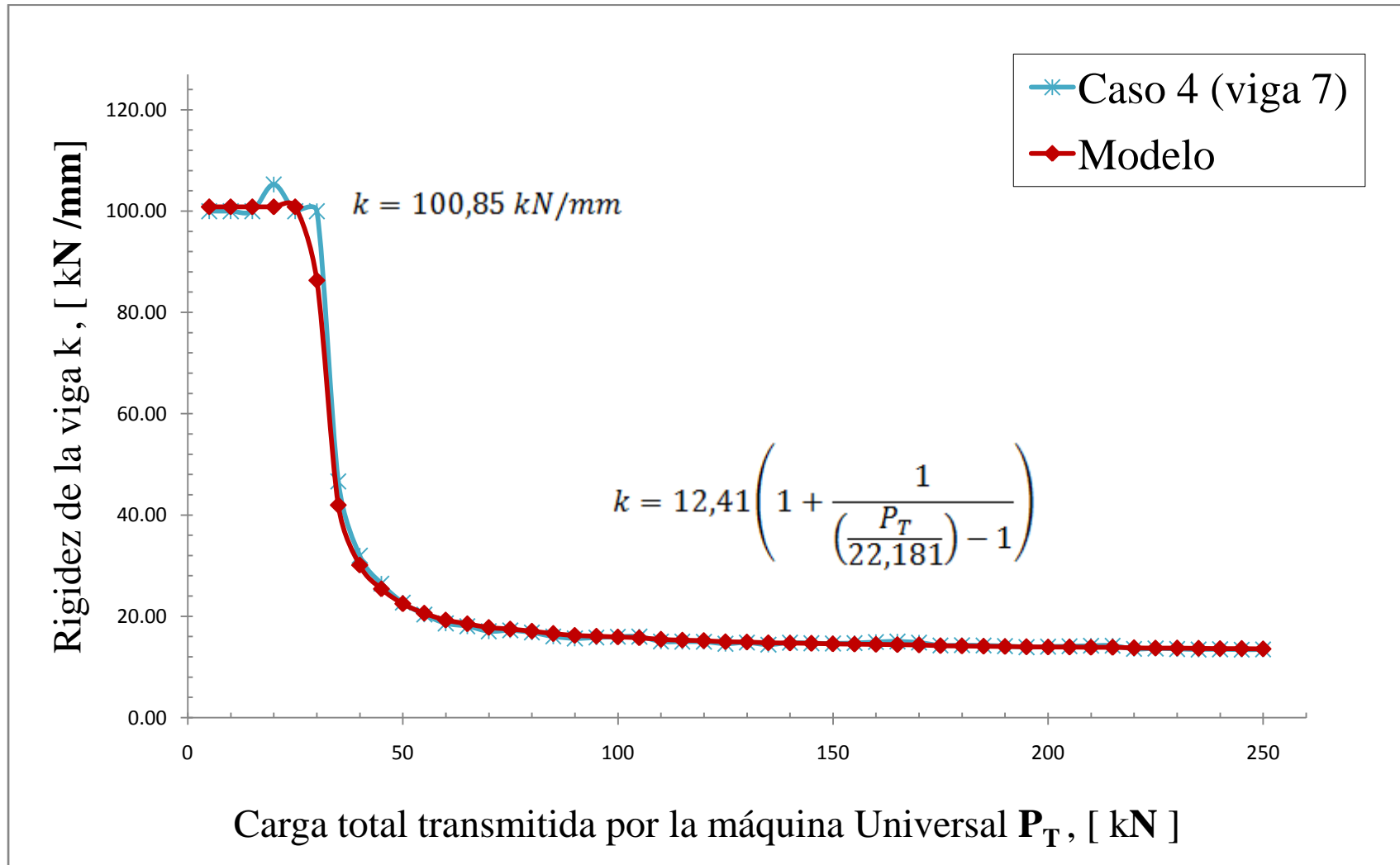


Figura 4.36
Relación rigidez & carga P_T , para el caso 4 (viga 10)

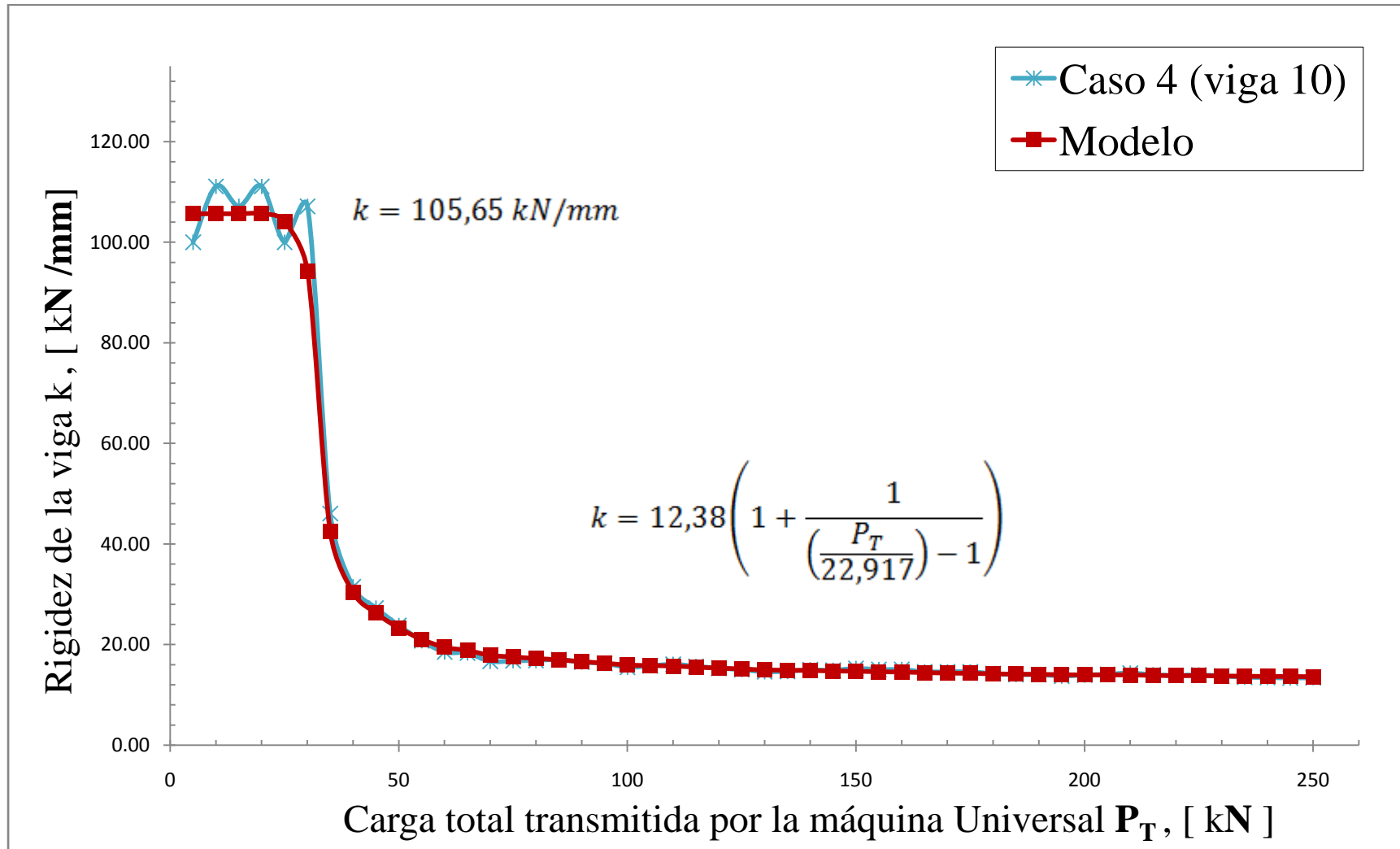


Figura 4.37

Comparación de los diferentes casos de estudio, respecto a la relación Rigidez & Carga, de las vigas más desfavorables

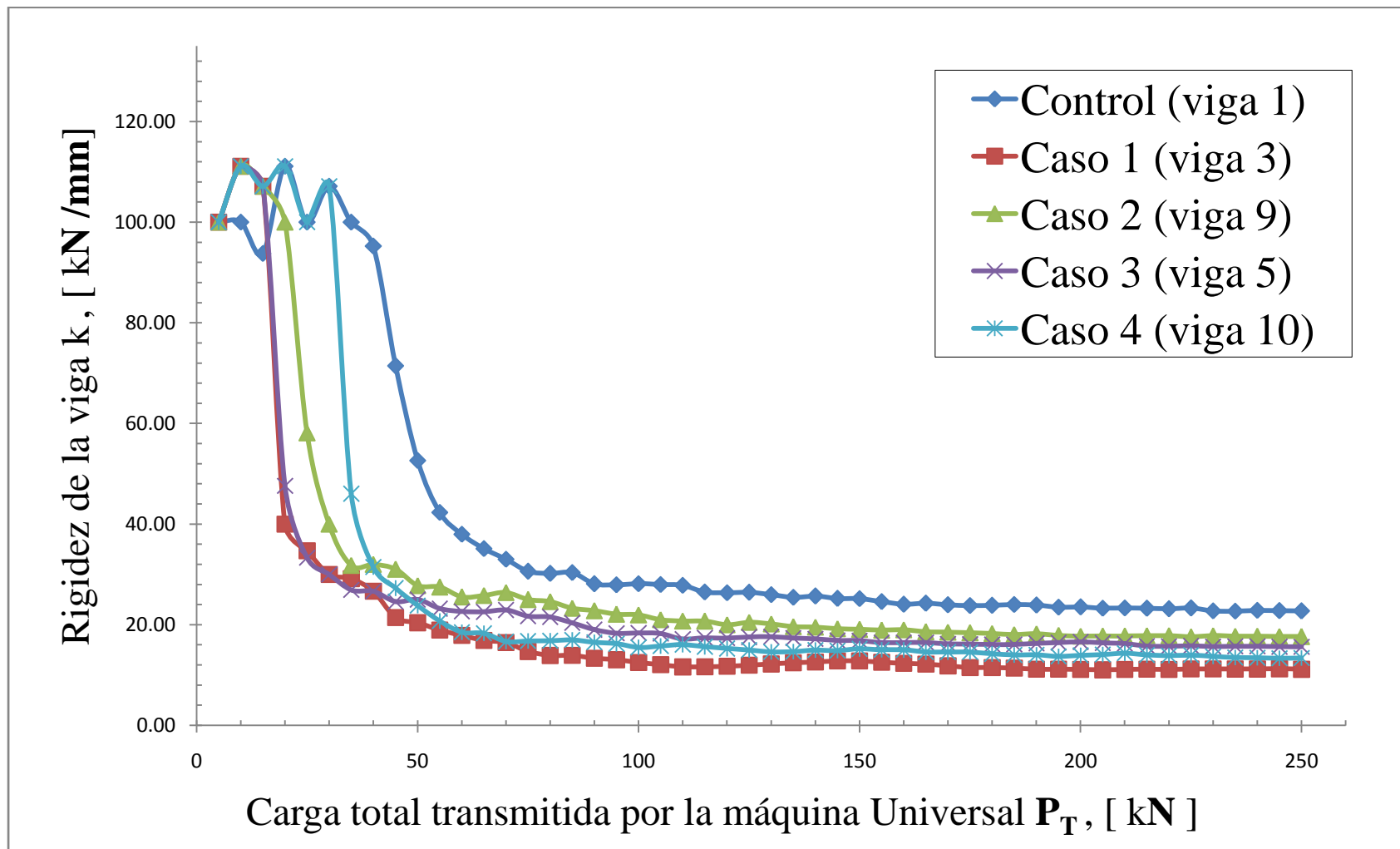
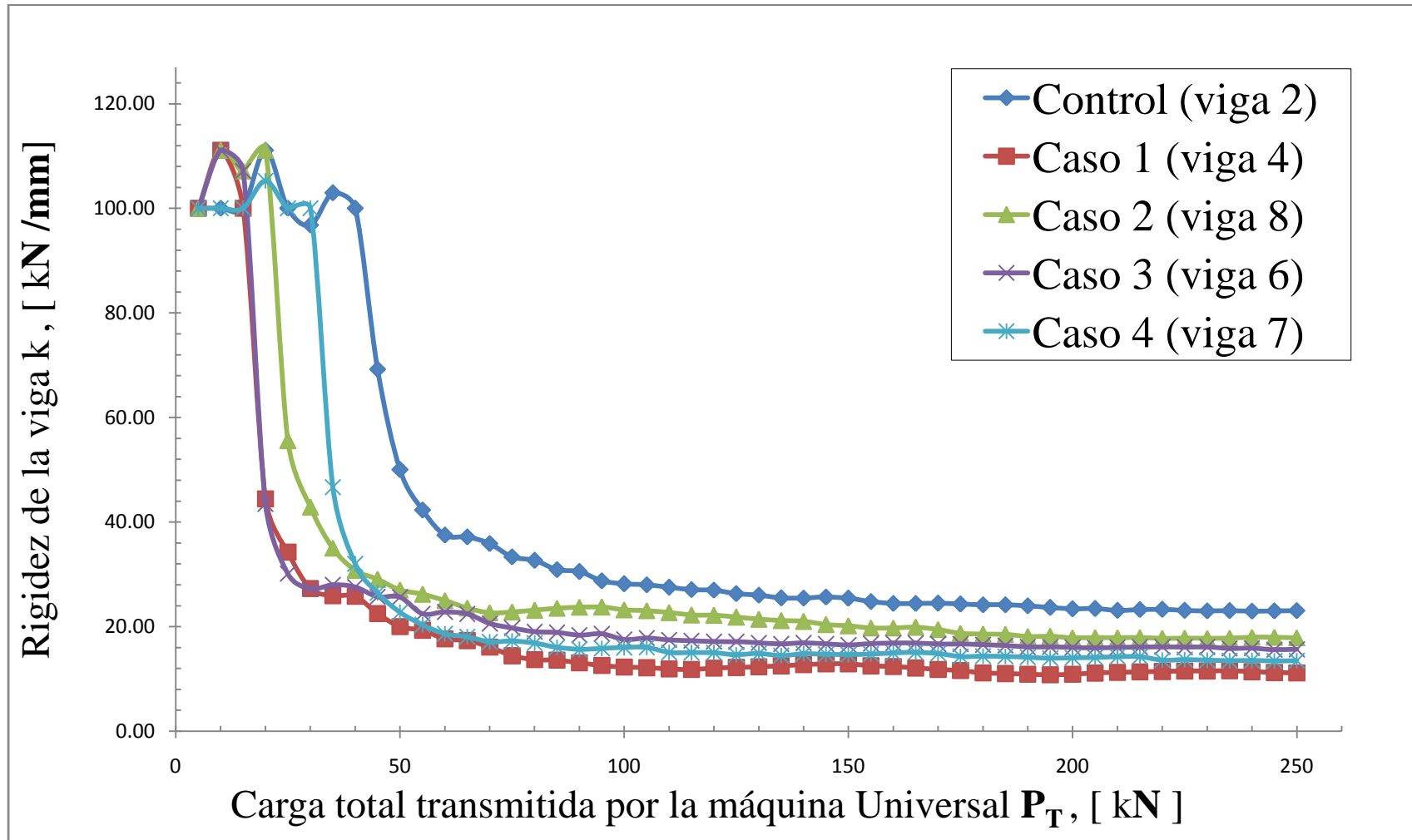


Figura 4.38

Comparación de los diferentes casos de estudio, respecto a la relación Rigidez & Carga, de las vigas más favorables



4.5.3.1 Rendimiento de la rigidez, utilizando el criterio de la constante k_2

Como lo muestran las gráficas de la figura 4.37 y 4.38, el ducto embebido influye notoriamente en la disminución de la rigidez de la viga de concreto reforzado. Ahora bien, para cuantificar dicha disminución utilizaremos varios tipos de criterios de comparación.

El primer criterio de comparación, será el contrastar los valores correspondientes a la constante k_2 , de la ecuación 4.8, para cada viga.

En la tabla 4.12, se resumen los valores máximos y mínimos correspondientes a la constante k_2 , para cada caso de estudio.

Tabla 4.12
Cálculo de los rendimientos de los casos de estudio,
en función de la pérdida de la rigidez , utilizando el criterio de la constante k_2

Caso de estudio	Valor de la constante k_2 [kN/mm]			Rendimientos		
	k_{\max} (1)	k_{\min} (2)	k_{promedio} (3)	Mínimo (4)	Máximo (5)	Promedio (6)
control	20,10	20,09	20,10	100%	100%	100%
caso 1	10,06	9,99	10,03	50%	50%	50%
caso 2	16,10	15,94	16,02	79%	80%	80%
caso 3	14,68	14,46	14,57	72%	73%	72%
caso 4	12,41	12,38	12,40	62%	62%	62%

(1): Representa el mayor valor (ver columna2 de la tabla 4.7, pág 64) entre las dos vigas pertenecientes a un mismo caso de estudio.

(2): Representa el menor valor (ver columna2 de la tabla 4.7, pág 64) entre las dos vigas pertenecientes a un mismo caso de estudio.

$$(3): k_{\text{promedio}} = \frac{k_{\min} + k_{\max}}{2}$$

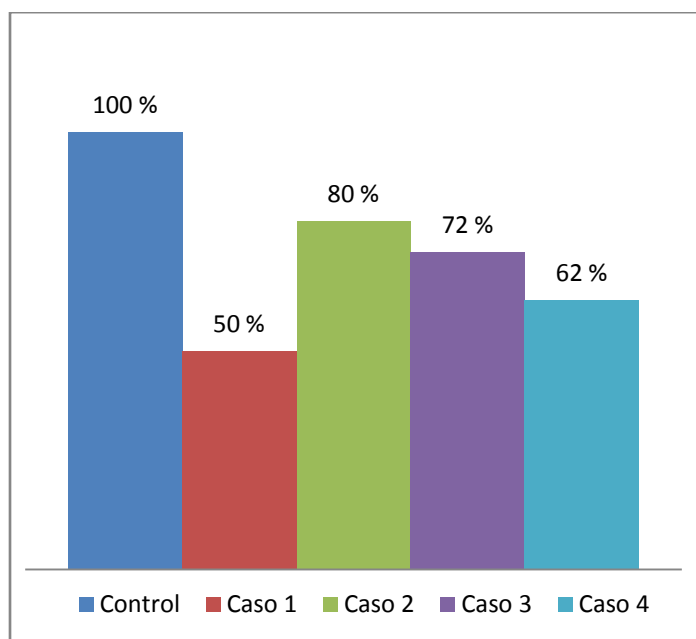
$$(4): \text{Rendimiento (mínimo)} = \frac{k_{\min} (\text{de cada caso de estudio})}{k_{\max} (\text{de la viga de control})} \cdot 100$$

$$(5): \text{Rendimiento (máximo)} = \frac{k_{\max} (\text{de cada caso de estudio})}{k_{\min} (\text{de la viga de control})} \cdot 100$$

$$(6): \text{Rendimiento (promedio)} = \frac{\text{Rendimiento (mínimo)} + \text{Rendimiento (máximo)}}{2}$$

La figura 4.39, visualiza en un diagrama de barras, los rendimientos promedios de la columna 6 de la tabla 4.12, la cual demuestra en forma concluyente que la presencia de los ductos embebidos en las vigas de concreto reforzado tienden (en todos los casos de estudio) a disminuir la rigidez de la viga, e incluso como ocurre en el caso 1 pueden producir hasta una pérdida del 50%.

Figura 4.39
Rendimientos de los casos de estudio, en función de la pérdida de la rigidez,
utilizando el criterio de la constante k_2



El caso 1, resultó ser el caso más desfavorable, obteniendo un rendimiento promedio del 50%, situación para la cual, el ducto embebido estaba localizado en una zona de la viga, donde predominaba la fuerza de corte (cerca del apoyo).

Para el caso 2, el rendimiento promedio llegó a un 80%, el cual fue el rendimiento más alto obtenido de todos los casos de estudio, situación para la cual el ducto embebido estaba localizado en una zona para la cual existía una combinación de fuerzas internas, de momento flector y fuerza de corte, relativamente bajas.

A pesar que el caso 2, dio el mejor rendimiento, no necesariamente significa que el comportamiento de la viga de concreto reforzado fue el más adecuado, ya que las pérdidas fueron del orden del 20% ($100 - 80 = 20$) en comparación con la viga de control.

El caso 3, caso para el cual el ducto embebido estaba localizado en una zona de flexión pura, se advierte que el rendimiento promedio llegó a un 72%, siendo notar que la presencia de momentos flectores elevados, contribuye a que la presencia del ducto embebido, tenga un efecto mucho mayor, en la disminución de la rigidez de la viga.

El caso más interesante, es el relativo al caso 4, en el que se obtuvo un rendimiento del 62%, mucho mayor que el caso 1 (50%). Parece ser, que la simetría en la ubicación de los ductos embebidos a ambos lados de la viga, contribuyó a que la viga trabaje de una forma más simétrica, en lugar de su contraparte del caso 1, en el cual el ducto embebido terminó

afectando seriamente el valor de su rigidez. Y como lo advierten las gráficas de las figuras 4.12 y 4.13 (ver página 52 y 53 respectivamente) del caso 1, se observa que el ducto embebido afectó notoriamente la correlación lineal entre carga y deflexión, más que los otros casos. Lo cual se arrojaría un primer criterio, en el sentido de que si fuera necesario embeber ductos en las vigas de concreto reforzado, estos no se deberían realizar nunca en zonas donde prime la fuerza de corte.

Los anteriores resultados, permiten concluir que la fuerza de corte y los momentos flectores elevados, contribuyen a que el ducto embebido en estas regiones, haga disminuir notoriamente la rigidez del elemento estructural, donde la fuerza de corte tiene un efecto mucho mayor, del orden de un 22 % ($72 - 50 = 22$) más que el efecto del momento flector.

4.5.3.2 Rendimiento de la rigidez, utilizando el criterio de la carga de trabajo

Otro criterio que podemos usar, para investigar a la rigidez de cada viga, es midiendo la rigidez de cada una de ellas, cuando actúe la carga de trabajo. Para tal efecto se confecciona la tabla 4.13, en la cual se observa las deflexiones medidas centro luz, para una carga total igual a la carga de trabajo ($P_T = 60$ kN). Donde la división entre ambas, será la rigidez de la viga bajo cargas de trabajo (columna 3).

Tabla 4.13
Rigidez de cada viga, para la carga de trabajo

Caso de estudio	Viga	P_T [kN] (1)	δ [mm] (2)	$k = P_T / \delta$ [kN/mm] (3)
Control	Viga 1	60	1,58	37,97
	Viga 2	60	1,60	37,50
Caso 1	Viga 3	60	3,35	17,91
	Viga 4	60	3,40	17,65
Caso 2	Viga 8	60	2,40	25,00
	Viga 9	60	2,35	25,53
Caso 3	Viga 5	60	2,65	22,64
	Viga 6	60	2,63	22,81
Caso 4	Viga 7	60	3,22	18,63
	Viga 10	60	3,24	18,52

(3): Es el resultado de la división de la columna 1 entre la columna 2.

Ahora bien, con los valores de la columna 3 de la tabla 4.13, se construye la tabla 4.14, en la cual se calculan los rendimientos de los casos de estudio, en función de la pérdida de rigidez, utilizando como criterio de comparación, la rigidez de la viga en el momento en que se le aplica la carga de trabajo.

Tabla 4.14
Cálculo de los rendimientos de los casos de estudio,
en función de la pérdida de la rigidez , utilizando la carga de trabajo

Caso de estudio	Valor de la rigidez [kN/mm]			Rendimientos		
	k_{max} (1)	k_{min} (2)	$k_{promedio}$ (3)	Mínimo (4)	Máximo (5)	Promedio (6)
control	37,97	37,50	37,74	100%	100%	100%
caso 1	17,91	17,65	17,78	46%	48%	47%
caso 2	25,53	25,00	25,27	66%	68%	67%
caso 3	22,81	22,64	22,73	60%	61%	60%
caso 4	18,63	18,52	18,58	49%	50%	49%

(1): Representa el mayor valor (ver columna 3 de la tabla 4.13) entre las dos vigas pertenecientes a un mismo caso de estudio.

(2): Representa el menor valor (ver columna 3 de la tabla 4.13) entre las dos vigas pertenecientes a un mismo caso de estudio.

$$(3): k_{promedio} = \frac{k_{min} + k_{max}}{2}$$

$$(4): Rendimiento (mínimo) = \frac{k_{min} (de cada caso de estudio)}{k_{max} (de la viga de control)} \cdot 100$$

$$(5): Rendimiento (máximo) = \frac{k_{max} (de cada caso de estudio)}{k_{min} (de la viga de control)} \cdot 100$$

$$(6): Rendimiento (promedio) = \frac{Rendimiento (mínimo) + Rendimiento (máximo)}{2}$$

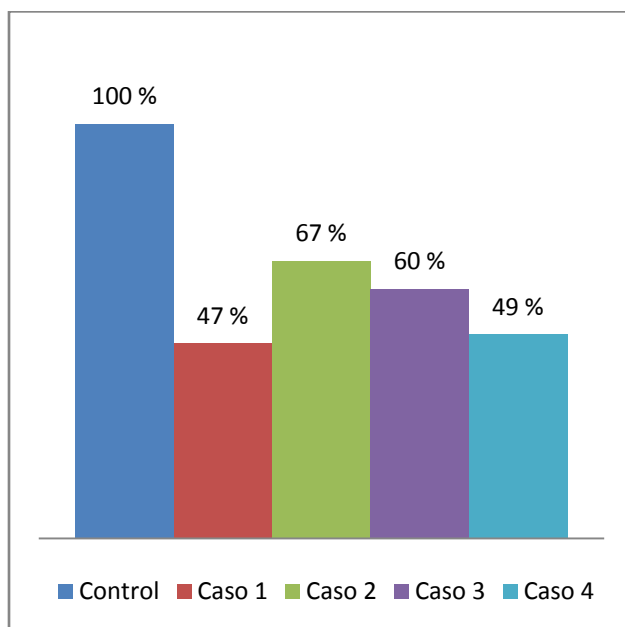
La figura 4.40, muestra los rendimientos promedios de la columna 6 de la tabla 4.14, en la cual se observa que los rendimientos obtenidos, arrojan valores relativamente más bajos, en comparación con los rendimientos que se obtuvieron con el criterio de la constante k_2 (ver figura 4.39).

Como se observa en la figura 4.40, aun se conserva la tendencia, en la cual, el caso más favorable lo lleva el caso 2 con un 67%, le sigue el caso 3 con un 60%, continua el caso 4 con un 49%, muy de cerca el caso 1 con un 47%.

Es interesante señalar, que el caso 1 junto con el caso 4, arrojan rendimientos relativamente iguales, con apenas el 2% ($49 - 47 = 2$) de diferencia. Pero es importante apuntar, que conforme se baya incrementando el valor de la carga, la diferencia entre ellos, se ira haciendo cada vez más grande.

Bajo las cargas de trabajo, se sigue verificando, que la influencia de la fuerza de corte (caso 1), es mayor que la del momento flector (caso 3), alrededor de un 13% ($60 - 47 = 13$) más.

Figura 4.40
Rendimientos de los casos de estudio, en función de la pérdida de la rigidez,
utilizando la carga de trabajo



4.5.3.3 Rendimiento de la rigidez, para cargas mayores que la de trabajo

Otro criterio adicional que valdría la pena realizarlo, es referente a la pérdida de la rigidez de cada viga de concreto reforzado, para valores superiores a la carga de trabajo.

Para tal efecto, se tiene en cada instante de carga, el valor de la rigidez, tanto para las vigas de estudio, como para las vigas de control. Por lo que si dividimos ambos valores y lo multiplicamos por cien, obtenemos el rendimiento en cada instante de carga.

En la tabla 4.15 están resumidos los anteriores cálculos, los cuales fueron necesarios para graficar el rendimiento de cada viga, en función de la carga aplicada (figuras 4.41 y 4.42).

La gráfica de la figura 4.41 muestra los casos más favorables, es decir, aquellas vigas que arrojaron los rendimientos más altos, mientras que la figura 4.42 se muestran las vigas que tuvieron los rendimientos más bajos.

Como puede observarse, para ambas gráficas, se efectuaron regresiones lineales para cada viga de estudio, en las cuales se advierte que el valor de sus respectivas pendientes, tienden a valores prácticamente nulos, lo que significa que las regresiones lineales, se aproximan a valores constantes, antes que se produzca la fluencia del acero de refuerzo.

Tabla 4.15
Rendimiento de cada viga de estudio, en función de la rigidez, para cada instante de carga

P _T kN	Rigidez de la viga para cada instante de carga P _T , [kN/mm]										Rendimiento de la viga para cada instante de carga P _T , [%]									
	viga 1	viga 2	viga 3	viga 4	viga 8	viga 9	viga 5	viga 6	viga 7	viga 10	viga 1	viga 2	viga 3	viga 4	viga 8	viga 9	viga 5	viga 6	viga 7	viga 10
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)	(21)
75	30,6	33,3	14,7	14,4	22,8	25,0	21,7	19,7	17,2	16,8	100,0	100,0	48,0	43,3	74,5	81,7	70,9	59,2	51,7	54,8
80	30,2	32,7	13,9	13,7	23,1	24,6	21,6	19,0	16,8	16,8	100,0	100,0	46,1	41,9	76,6	81,5	71,4	58,3	51,6	55,8
85	30,4	30,9	13,9	13,6	23,5	23,3	20,4	18,9	16,0	17,0	100,0	100,0	45,9	44,0	77,4	76,7	67,2	61,1	51,9	56,0
90	28,1	30,5	13,3	13,1	23,7	22,8	19,0	18,4	15,7	16,5	100,0	100,0	47,4	42,8	84,3	81,0	67,7	60,2	51,3	58,7
95	27,9	28,8	13,1	12,6	23,7	22,1	18,3	18,6	15,8	16,2	100,0	100,0	46,8	43,7	85,0	79,1	65,6	64,8	55,1	58,1
100	28,2	28,2	12,5	12,3	23,2	22,0	18,4	17,5	16,0	15,5	100,0	100,0	44,4	43,6	82,4	78,0	65,2	62,3	56,8	55,0
105	28,0	28,0	12,1	12,1	23,1	21,0	18,3	17,8	16,0	15,8	100,0	100,0	43,1	43,4	82,3	75,0	65,3	63,6	57,3	56,4
110	27,8	27,5	11,6	11,9	22,7	20,8	17,2	17,5	15,1	16,1	100,0	100,0	41,8	43,2	81,4	74,5	61,7	63,5	54,8	57,7
115	26,5	27,1	11,7	11,8	22,2	20,7	17,4	17,3	15,0	15,6	100,0	100,0	44,1	43,6	83,8	78,2	65,7	63,9	55,6	59,0
120	26,4	27,0	11,8	12,1	22,2	20,0	17,4	17,1	15,0	15,3	100,0	100,0	44,6	44,7	84,0	75,8	65,8	63,6	55,6	58,0
125	26,4	26,3	12,0	12,2	21,8	20,5	17,6	17,1	14,6	15,0	100,0	100,0	45,3	46,3	82,5	77,5	66,4	65,1	55,6	56,7
130	26,0	26,0	12,2	12,3	21,4	20,2	17,6	16,9	14,9	14,6	100,0	100,0	47,0	47,4	82,3	77,5	67,8	64,9	57,1	56,2
135	25,5	25,5	12,4	12,5	21,2	19,7	17,4	16,7	14,4	14,7	100,0	100,0	48,8	49,1	83,0	77,2	68,1	65,4	56,7	57,6
140	25,7	25,5	12,6	12,7	21,0	19,6	17,2	16,9	14,8	15,0	100,0	100,0	49,1	50,0	81,7	76,1	67,0	66,3	58,2	58,3
145	25,2	25,7	12,8	12,9	20,4	19,2	16,9	16,7	14,7	14,9	100,0	100,0	50,8	50,2	80,8	76,2	66,9	64,9	57,4	59,0
150	25,2	25,4	12,8	12,9	20,2	19,1	16,9	16,5	14,7	15,2	100,0	100,0	50,9	50,6	80,0	75,7	66,9	64,8	57,7	60,4
155	24,6	24,8	12,6	12,5	19,7	18,9	16,5	16,8	14,8	15,0	100,0	100,0	51,0	50,4	80,3	77,0	67,0	67,6	59,5	61,2
160	24,1	24,4	12,4	12,4	19,8	19,0	16,5	16,8	15,0	15,0	100,0	100,0	51,4	50,6	82,1	79,0	68,5	68,9	61,2	62,4
165	24,3	24,4	12,2	12,1	19,9	18,6	16,5	16,8	15,1	14,6	100,0	100,0	50,2	49,5	81,9	76,7	67,9	68,9	61,6	60,2
170	23,9	24,5	11,8	11,8	19,4	18,5	16,2	16,7	14,8	14,6	100,0	100,0	49,5	48,3	81,1	77,4	67,6	68,1	60,7	60,9
175	23,8	24,3	11,5	11,6	18,7	18,4	16,2	16,7	14,3	14,6	100,0	100,0	48,4	47,7	78,6	77,2	67,9	68,6	58,8	61,3

Tabla 4.15 (Continuación)

P _T kN	Rigidez de la viga para cada instante de carga P _T , [kN/mm]										Rendimiento de la viga para cada instante de carga P _T , [%]									
	viga 1	viga 2	viga 3	viga 4	viga 8	viga 9	viga 5	viga 6	viga 7	viga 10	viga 1	viga 2	viga 3	viga 4	viga 8	viga 9	viga 5	viga 6	viga 7	viga 10
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)	(21)
180	23,8	24,2	11,5	11,1	18,6	18,3	16,1	16,5	14,3	14,2	100,0	100,0	48,2	46,1	77,8	76,7	67,5	68,3	59,4	59,7
185	24,0	24,2	11,4	11,0	18,5	18,1	16,1	16,4	14,3	14,0	100,0	100,0	47,4	45,5	77,0	75,2	67,0	67,7	59,1	58,3
190	23,9	24,0	11,2	10,9	18,1	18,2	16,3	16,1	14,1	14,0	100,0	100,0	46,8	45,4	75,7	76,2	68,3	67,2	59,0	58,7
195	23,5	23,6	11,2	10,8	18,1	17,9	16,5	16,1	13,9	13,7	100,0	100,0	47,6	45,6	77,2	76,1	70,1	68,2	58,9	58,5
200	23,5	23,4	11,1	10,9	17,9	17,8	16,6	16,0	14,0	13,9	100,0	100,0	47,4	46,6	75,9	75,5	70,5	68,4	60,0	59,2
205	23,3	23,4	11,1	11,1	17,9	17,8	16,4	15,9	14,1	14,1	100,0	100,0	47,4	47,4	76,9	76,4	70,3	67,9	60,2	60,5
210	23,3	23,1	11,1	11,3	17,9	17,8	16,3	16,0	14,2	14,3	100,0	100,0	47,7	48,8	76,6	76,1	69,7	69,5	61,7	61,5
215	23,3	23,2	11,2	11,3	17,9	17,8	15,8	16,1	14,2	14,0	100,0	100,0	48,0	48,8	77,0	76,7	67,8	69,1	61,3	60,2
220	23,2	23,3	11,1	11,4	17,7	17,8	15,7	16,1	13,6	13,9	100,0	100,0	48,1	49,1	76,6	77,0	67,9	69,2	58,3	59,9
225	23,3	23,1	11,2	11,5	17,8	17,6	15,8	16,1	13,7	14,0	100,0	100,0	48,1	49,9	76,3	75,6	67,8	69,6	59,3	59,9
230	22,8	23,0	11,2	11,5	17,8	17,9	15,7	16,1	13,6	13,7	100,0	100,0	49,4	50,0	78,0	78,4	68,8	70,0	59,0	60,3
235	22,7	23,0	11,2	11,5	17,8	17,7	15,7	15,8	13,5	13,5	100,0	100,0	49,4	50,1	78,4	78,1	69,2	68,7	58,5	59,5
240	22,9	23,0	11,2	11,4	18,0	17,7	15,7	15,9	13,5	13,4	100,0	100,0	49,1	49,5	78,7	77,5	68,8	69,2	58,8	58,8
245	22,8	23,0	11,3	11,2	17,9	17,7	15,6	15,6	13,4	13,4	100,0	100,0	49,4	48,7	78,8	77,6	68,6	67,7	58,4	58,6
250	22,7	23,0	11,2	11,1	17,9	17,7	15,6	15,7	13,5	13,4	100,0	100,0	49,1	48,3	78,6	77,7	68,7	67,9	58,5	59,0

(12): Columna (2) *100 / Columna (2)

(13): Columna (3) *100 / Columna (3)

(14): Columna (4) *100 / Columna (2)

(15): Columna (5) *100 / Columna (3)

(16): Columna (6) *100 / Columna (2)

(17): Columna (7) *100 / Columna (3)

(18): Columna (8) *100 / Columna (2)

(19): Columna (9) *100 / Columna (3)

(20): Columna (10) *100 / Columna (3)

(21): Columna (11) *100 / Columna (2)

Figura 4.41

Rendimientos máximos de la rigidez, de cada caso de estudio, para cargas superiores a la carga de trabajo

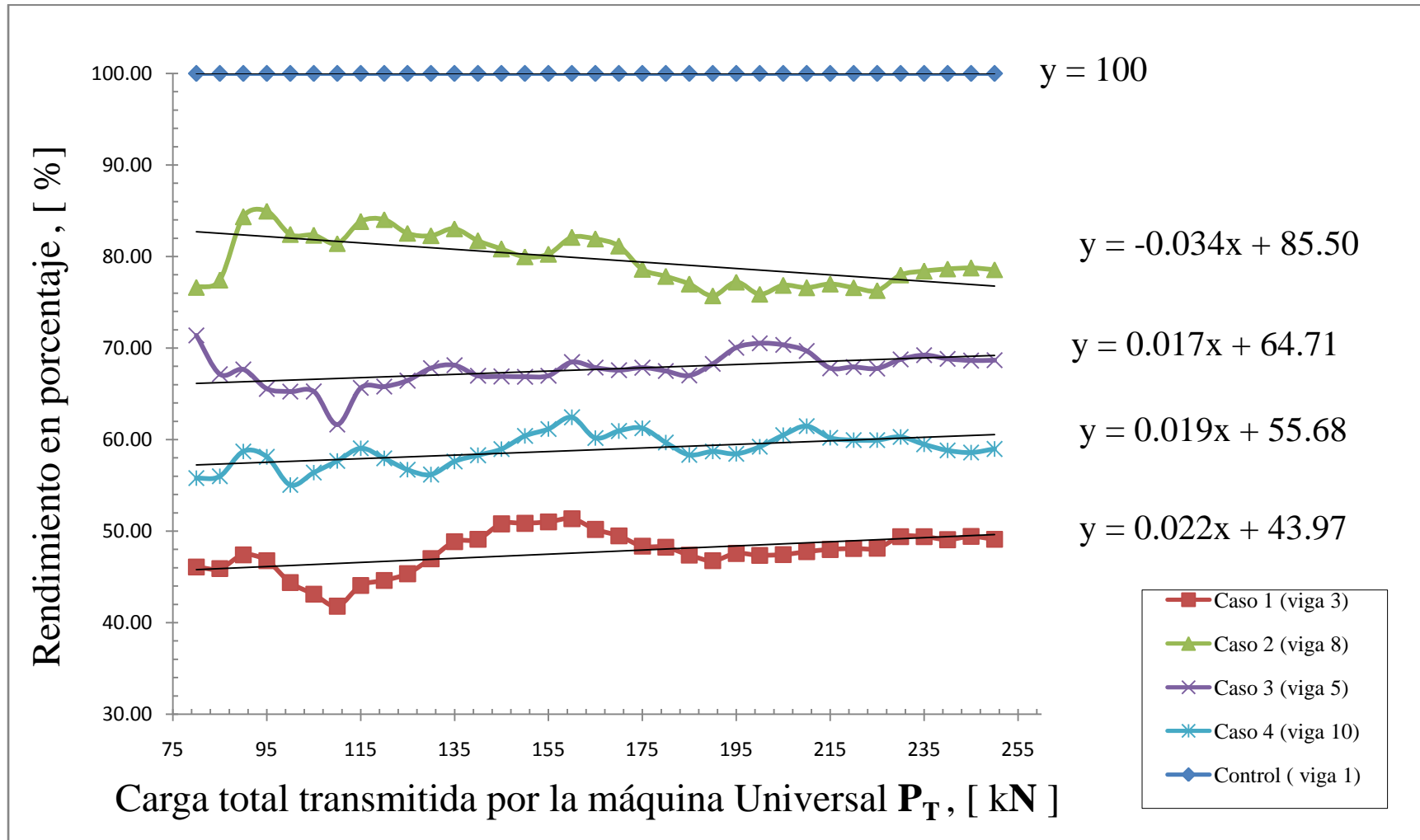
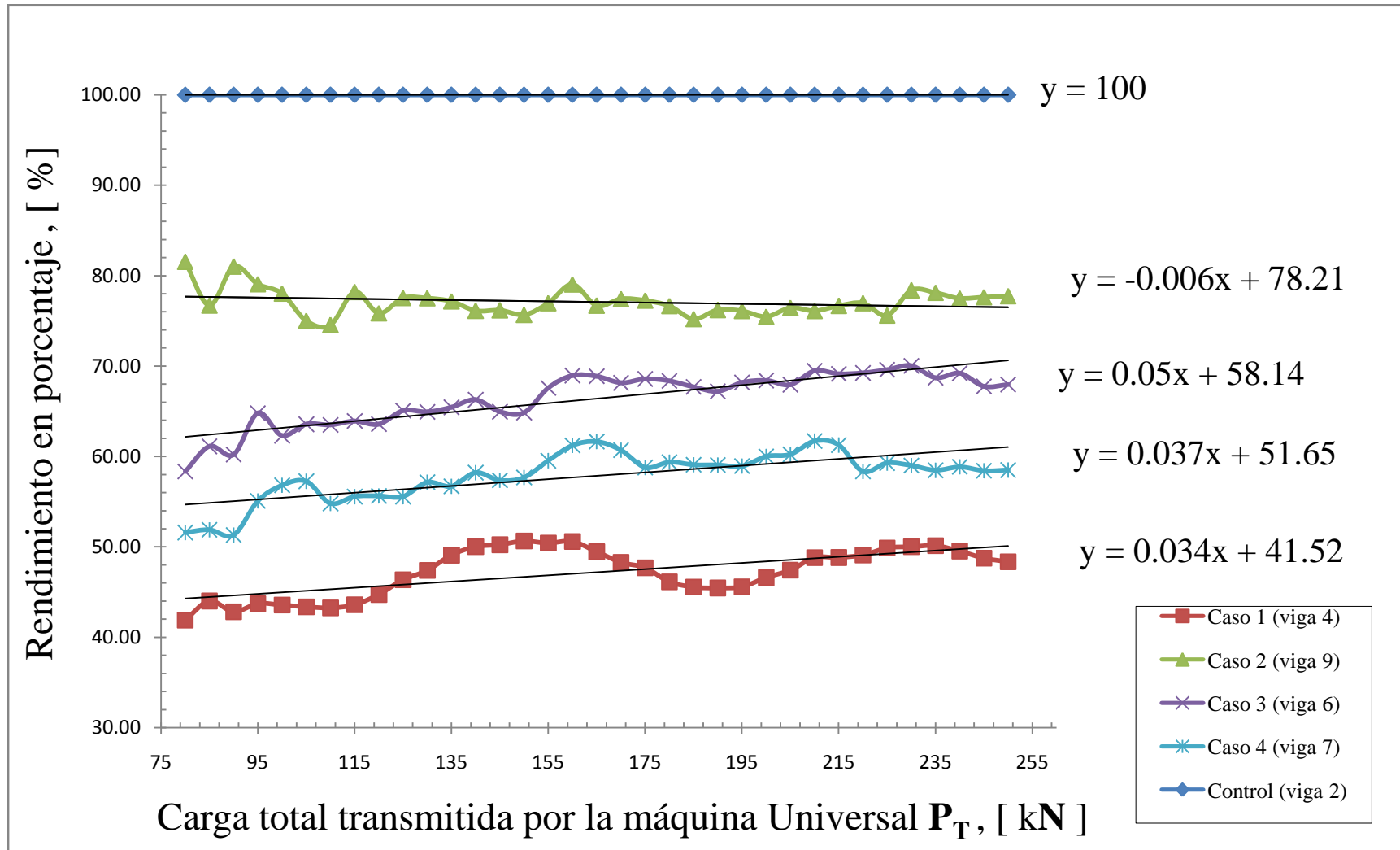


Figura 4.42

Rendimientos mínimos de la rigidez, de cada caso de estudio, para cargas superiores a la carga de trabajo



Las figuras 4.41 y 4.42, muestran el desempeño de cada viga de estudio, para cada instante de carga, para valores mayores a la carga de trabajo, en donde observa, que a pesar que se logra sobrepasarla, y se presenta una pérdida progresiva de la rigidez para cada caso de estudio, aún las vigas, tienen un margen de servicialidad que puede ser tomado en cuenta, en situaciones en las cuales, se requiera sobrecargarla.

Un mejor estudio al respecto, lo trataremos en el punto 4.5.3.4. en donde se analiza el rendimiento del momento de inercia, para cargas mayores que la de trabajo, en donde será la deflexión máxima admisible del reglamento de la NSR-10, el límite para definir la servicialidad de la viga de concreto reforzado.

4.5.4 Momento de inercia efectivo de las vigas de estudio

El término momento de inercia efectivo, será interpretado como el momento de inercia real que adopta la sección transversal de la viga de concreto reforzado, en el instante en que sobre ella, actúa un sistema de cargas conocidas.

Para poder determinar el momento de inercia de las vigas de concreto reforzado, es importante partir de la hipótesis de trabajo, que el módulo de elasticidad de la viga, será igual al módulo de elasticidad del concreto E_c . Que se lo determina en base a la ecuación dada por el reglamento de la NSR-10 en su capítulo C.8.5.1 el cual establece que para concretos de densidad normal, E_c puede tomarse como:

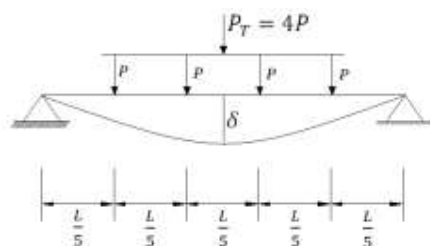
$$E_c = 4700\sqrt{f'_c} \quad (4.10)$$

En donde:

E_c = módulo de elasticidad del concreto [MPa].

f'_c = resistencia específica a la compresión del concreto [MPa].

Utilizando cualquier método de análisis, ya sea por la resistencia de materiales o la mecánica de sólidos, es posible demostrar que la deflexión en el centro luz de una viga simplemente apoyada, bajo la acción de cuatro cargas puntuales equidistantes, viene dada por:



$$\delta = 0,01575 \frac{P_T L^3}{EI} \quad (4.11)$$

En donde:

δ = Deflexión en el centro luz de la viga [mm].

P_T = Carga total aplicada a la viga [kN].

L = Luz libre de la viga [m].

I = Momento de inercia de la sección transversal de la viga [m^4].

E = Módulo de elasticidad de la viga [MPa].

Ahora bien, si de la ecuación (4.11) despejamos el valor del momento de inercia, obtenemos:

$$\delta = 0,01575 \frac{P_T L^3}{EI} \rightarrow I = 0,01575 \frac{P_T L^3}{\delta E}$$

Como puede observarse, el término P_T/δ , es igual a la rigidez de la viga, medida en kN/mm, por lo que el momento de inercia será igual a:

$$I = 0,01575 \underbrace{\left(\frac{P_T}{\delta}\right)}_k \frac{L^3}{E} = 0,01575 \ k \frac{L^3}{E} \quad \text{es decir:}$$

$$I_e = 0,01575 \ k \frac{L^3}{E_c} \quad (4.12)$$

Utilizando la ecuación 4.12, es posible medir de forma indirecta, el valor del momento de inercia real de la viga (I_e), ya que todas las demás variables son conocidas. La luz libre $L = 4\text{m}$, el valor de la rigidez para cada instante de carga (tabla 4.11 pág. 72), la resistencia específica a la compresión del concreto de cada viga (tabla 4.5 pág. 46), y por ende el módulo de elasticidad del concreto.

Como se vio en el capítulo anterior, conforme se va incrementado el valor de la carga, la rigidez de la viga irá cambiando de valor (ver figura 4.26, pág. 26). Pudiéndose definir tres regiones, con tres diferentes valores para la rigidez, las cuales fueron:

$$k = \begin{cases} k_1 & \text{para el rango } (0 \leq \delta \leq \delta_{cr}) \\ k_2 \left(1 + \frac{1}{\left(\frac{P_T}{b}\right)^{-1}}\right) & \text{para el rango } (\delta_{cr} \leq \delta \leq \delta_y) \\ \frac{P_y}{\delta} & \text{para el rango } (\delta_{cr} \leq \delta \leq \delta_y) \end{cases} \quad (4.13)$$

Donde las constantes k_1 , k_2 y b , se las obtuvo mediante las regresiones lineales de las figuras 4.10 a 4.19 (pág. 50 a pág. 59). Ahora bien, combinando la ecuación 4.12 con la 4.13, obtenemos:

$$I = \begin{cases} 0,01575 \ k_1 \ \frac{L^3}{E_c} & \text{para el rango } (0 \leq \delta \leq \delta_{cr}) \\ 0,01575 \ \frac{L^3}{E_c} \ k_2 \left(1 + \frac{1}{\left(\frac{P_T}{b}\right)-1} \right) & \text{para el rango } (\delta_{cr} \leq \delta \leq \delta_y) \\ 0,01575 \ \frac{L^3}{E_c} \frac{P_y}{\delta} & \text{para el rango } (\delta_{cr} \leq \delta \leq \delta_y) \end{cases} \quad (4.14)$$

La tabla 4.16, recolecta los valores de la rigidez medida para cada viga de estudio, en cada instante de carga, las cuales se reemplazaron en la ecuación 4.12, y de esta forma se pudo medir de forma indirecta el valor del momento de inercia. Dichos valores fueron graficados en las figuras 4.43 a 4.52, en donde superpuestos con los datos experimentales, se graficaron las ecuaciones 4.14.

Seguido de las figuras 4.43 a 4.52, se confeccionaron las figuras 4.53 y 4.54 (ver página 112 y 113 respectivamente) en las cuales se observa a todos los casos de estudio en una misma gráfica. En la figura 4.43, están graficados los casos más desfavorables, es decir, aquellas gráficas que dieron valores más bajos (de cada caso de estudio), las cuales fueron comparadas con la viga de control que obtuvo el mayor valor en el momento de inercia.

Mientras que la figura 4.52, están los casos más favorables, es decir, aquellas vigas que obtuvieron los mayores valores en el momento de inercia, comparándolas con la viga de control de menor valor.

Tabla 4.16
Momento de Inercia de cada viga de estudio, en cada instante de carga

P _T kN	Rigidez de la viga para cada instante de carga P _T , [kN/mm]										Momento de inercia para cada instante de carga P _T , 10 ⁻⁸ [m ⁴]									
	viga 1	viga 2	viga 3	viga 4	viga 8	viga 9	viga 5	viga 6	viga 7	viga 10	viga 1	viga 2	viga 3	viga 4	viga 8	viga 9	viga 5	viga 6	viga 7	viga 10
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)	(21)
5	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	392218	392218	382735	382735	385196	384576	380919	380919	385819	384576
10	100,0	100,0	111,1	111,1	111,1	111,1	111,1	111,1	111,1	100,0	392218	392218	425261	425261	427996	427307	423244	423244	385819	427307
15	93,8	100,0	107,1	100,0	107,1	107,1	107,1	107,1	107,1	100,0	367704	392218	410073	382735	412710	412046	408128	408128	385819	412046
20	111,1	111,1	40,0	44,4	111,1	100,0	47,6	43,5	105,3	111,1	435797	435797	153094	170104	427996	384576	181390	165617	406125	427307
25	100,0	100,0	34,7	34,2	55,6	58,1	33,3	30,1	100,0	100,0	392218	392218	132894	131074	213998	223591	126973	114735	385819	384576
30	107,1	96,8	30,0	27,3	42,9	40,0	30,0	27,3	100,0	107,1	420233	379565	114820	104382	165084	153831	114276	103887	385819	412046
35	100,0	102,9	29,2	25,9	35,0	31,8	26,9	28,0	46,7	46,1	392218	403753	111631	99228	134819	122365	102555	106657	180049	177107
40	95,2	100,0	26,7	25,8	30,8	32,0	26,7	27,6	32,0	31,5	373541	392218	102063	98770	118522	123064	101578	105081	123462	121126
45	71,4	69,2	21,4	22,5	29,0	31,0	24,6	25,7	26,5	27,3	280155	271535	82015	86115	111831	119351	93669	97951	102129	104884
50	52,6	50,0	20,4	20,0	27,0	27,8	25,0	25,6	22,7	23,8	206430	196109	78109	76547	104107	106827	95230	97672	87686	91566
55	42,3	42,3	19,0	19,3	26,2	27,5	23,2	22,4	20,4	20,8	165938	165938	72588	73861	100885	105758	88399	85513	78593	79818
60	38,0	37,5	17,9	17,6	25,0	25,5	22,6	22,8	18,6	18,5	148943	147082	68550	67541	96299	98190	86246	86902	71892	71218
65	35,1	37,1	16,9	17,3	23,6	25,8	22,6	22,4	18,1	18,3	137806	145681	64618	66341	90831	99338	86028	85378	69662	70415
70	33,0	35,9	16,5	16,1	22,6	26,4	22,9	20,6	17,1	16,7	129506	140796	63039	61589	87192	101586	87395	78425	65872	64096
75	30,6	33,3	14,7	14,4	22,8	25,0	21,7	19,7	17,2	16,8	120067	130739	56285	55202	87810	96144	82622	75181	66520	64526
80	30,2	32,7	13,9	13,7	23,1	24,6	21,6	19,0	16,8	16,8	118405	128071	53250	52340	89114	94665	82094	72556	64980	64771
85	30,4	30,9	13,9	13,6	23,5	23,3	20,4	18,9	16,0	17,0	119066	121231	53332	52052	90545	89559	77651	71951	61877	65378
90	28,1	30,5	13,3	13,1	23,7	22,8	19,0	18,4	15,7	16,5	110311	119660	51031	49994	91377	87625	72494	69965	60389	63508
95	27,9	28,8	13,1	12,6	23,7	22,1	18,3	18,6	15,8	16,2	109590	112764	50013	48095	91452	84965	69769	70956	61088	62453
100	28,2	28,2	12,5	12,3	23,2	22,0	18,4	17,5	16,0	15,5	110484	110464	47842	46961	89421	84522	70010	66828	61731	59624
105	28,0	28,0	12,1	12,1	23,1	21,0	18,3	17,8	16,0	15,8	109821	109821	46192	46459	88800	80761	69607	67791	61849	60723

Tabla 4.16 (Continuación)
Momento de Inercia de cada viga de estudio, en cada instante de carga

P _T kN	Rigidez de la viga para cada instante de carga P _T , [kN/mm]										Momento de inercia para cada instante de carga P _T , 10 ⁻⁸ [m ⁴]									
	viga 1	viga 2	viga 3	viga 4	viga 8	viga 9	viga 5	viga 6	viga 7	viga 10	viga 1	viga 2	viga 3	viga 4	viga 8	viga 9	viga 5	viga 6	viga 7	viga 10
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)	(21)
110	27,8	27,5	11,6	11,9	22,7	20,8	17,2	17,5	15,1	16,1	109225	107860	44551	45514	87345	79818	65398	66510	58137	61757
115	26,5	27,1	11,7	11,8	22,2	20,7	17,4	17,3	15,0	15,6	103929	106129	44685	45143	85564	79687	66267	65873	57999	60172
120	26,4	27,0	11,8	12,1	22,2	20,0	17,4	17,1	15,0	15,3	103442	105767	45028	46159	85374	76915	66097	65300	57873	58789
125	26,4	26,3	12,0	12,2	21,8	20,5	17,6	17,1	14,6	15,0	103652	103215	45869	46675	84025	78807	66884	65226	56406	57640
130	26,0	26,0	12,2	12,3	21,4	20,2	17,6	16,9	14,9	14,6	101977	101977	46763	47162	82413	77511	67161	64311	57322	56174
135	25,5	25,5	12,4	12,5	21,2	19,7	17,4	16,7	14,4	14,7	99904	99904	47621	47842	81475	75585	66097	63487	55706	56432
140	25,7	25,5	12,6	12,7	21,0	19,6	17,2	16,9	14,8	15,0	100753	99837	48273	48712	80863	75192	65547	64251	57158	57584
145	25,2	25,7	12,8	12,9	20,4	19,2	16,9	16,7	14,7	14,9	98907	100658	49025	49330	78516	73867	64272	63487	56796	57193
150	25,2	25,4	12,8	12,9	20,2	19,1	16,9	16,5	14,7	15,2	98878	99716	49069	49279	77664	73370	64209	62789	56572	58565
155	24,6	24,8	12,6	12,5	19,7	18,9	16,5	16,8	14,8	15,0	96498	97270	48036	47842	76058	72815	62763	63830	56954	57873
160	24,1	24,4	12,4	12,4	19,8	19,0	16,5	16,8	15,0	15,0	94368	95809	47288	47288	76088	73138	62752	64155	57693	57777
165	24,3	24,4	12,2	12,1	19,9	18,6	16,5	16,8	15,1	14,6	95170	95875	46606	46265	76575	71565	62742	64134	58137	56155
170	23,9	24,5	11,8	11,8	19,4	18,5	16,2	16,7	14,8	14,6	93911	95938	45341	45184	74838	71302	61640	63487	57283	56118
175	23,8	24,3	11,5	11,6	18,7	18,4	16,2	16,7	14,3	14,6	93385	95331	44065	44357	72096	70733	61546	63487	55117	56084
180	23,8	24,2	11,5	11,1	18,6	18,3	16,1	16,5	14,3	14,2	93509	94764	44021	42658	71480	70281	61290	62904	55337	54722
185	24,0	24,2	11,4	11,0	18,5	18,1	16,1	16,4	14,3	14,0	94234	94850	43573	42146	71261	69490	61320	62363	55117	53899
190	23,9	24,0	11,2	10,9	18,1	18,2	16,3	16,1	14,1	14,0	93738	93974	42776	41673	69702	70038	62153	61334	54583	53966
195	23,5	23,6	11,2	10,8	18,1	17,9	16,5	16,1	13,9	13,7	92148	92706	42770	41234	69873	68750	62693	61388	53739	52812
200	23,5	23,4	11,1	10,9	17,9	17,8	16,6	16,0	14,0	13,9	92286	91747	42645	41715	68785	68282	63216	60947	54150	53599
205	23,3	23,4	11,1	11,1	17,9	17,8	16,4	15,9	14,1	14,1	91369	91891	42297	42526	68965	68479	62425	60628	54434	54184
210	23,3	23,1	11,1	11,3	17,9	17,8	16,3	16,0	14,2	14,3	91517	90512	42639	43096	68844	68291	61934	61063	54930	55165

Tabla 4.16 (Continuación)
Momento de Inercia de cada viga de estudio, en cada instante de carga

P _T kN	Rigidez de la viga para cada instante de carga P _T , [kN/mm]										Momento de inercia para cada instante de carga P _T , 10 ⁻⁸ [m ⁴]									
	viga 1	viga 2	viga 3	viga 4	viga 8	viga 9	viga 5	viga 6	viga 7	viga 10	viga 1	viga 2	viga 3	viga 4	viga 8	viga 9	viga 5	viga 6	viga 7	viga 10
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)	(21)
215	23,3	23,2	11,2	11,3	17,9	17,8	15,8	16,1	14,2	14,0	91263	91164	42747	43424	69014	68601	60096	61209	54934	53866
220	23,2	23,3	11,1	11,4	17,7	17,8	15,7	16,1	13,6	13,9	90829	91310	42634	43741	68341	68539	59928	61394	52395	53380
225	23,3	23,1	11,2	11,5	17,8	17,6	15,8	16,1	13,7	14,0	91450	90512	42950	44049	68513	67783	60196	61175	52772	53745
230	22,8	23,0	11,2	11,5	17,8	17,9	15,7	16,1	13,6	13,7	89317	90210	43046	44014	68413	68651	59659	61353	52353	52807
235	22,7	23,0	11,2	11,5	17,8	17,7	15,7	15,8	13,5	13,5	89054	90350	42932	44198	68577	68208	59877	60280	51958	51940
240	22,9	23,0	11,2	11,4	18,0	17,7	15,7	15,9	13,5	13,4	89650	90079	42924	43534	69249	68117	59928	60543	52138	51708
245	22,8	23,0	11,3	11,2	17,9	17,7	15,6	15,6	13,4	13,4	89389	90228	43113	42915	69138	68030	59588	59367	51852	51347
250	22,7	23,0	11,2	11,1	17,9	17,7	15,6	15,7	13,5	13,4	89140	90373	42716	42621	68785	67946	59453	59630	51997	51552

(12): $1\,575\,000 \cdot 4^3 \cdot (\text{columna } 2)/4700\sqrt{29,9}$
 (13): $1\,575\,000 \cdot 4^3 \cdot (\text{columna } 3)/4700\sqrt{29,9}$
 (14): $1\,575\,000 \cdot 4^3 \cdot (\text{columna } 4)/4700\sqrt{31,4}$
 (15): $1\,575\,000 \cdot 4^3 \cdot (\text{columna } 5)/4700\sqrt{31,4}$
 (16): $1\,575\,000 \cdot 4^3 \cdot (\text{columna } 6)/4700\sqrt{31,0}$
 (17): $1\,575\,000 \cdot 4^3 \cdot (\text{columna } 7)/4700\sqrt{31,1}$
 (18): $1\,575\,000 \cdot 4^3 \cdot (\text{columna } 8)/4700\sqrt{31,7}$
 (19): $1\,575\,000 \cdot 4^3 \cdot (\text{columna } 9)/4700\sqrt{31,7}$
 (20): $1\,575\,000 \cdot 4^3 \cdot (\text{columna } 10)/4700\sqrt{30,9}$
 (21): $1\,575\,000 \cdot 4^3 \cdot (\text{columna } 11)/4700\sqrt{31,1}$

Figura 4.43
Relación momento de inercia & carga P_T , para la viga de control (viga 1)

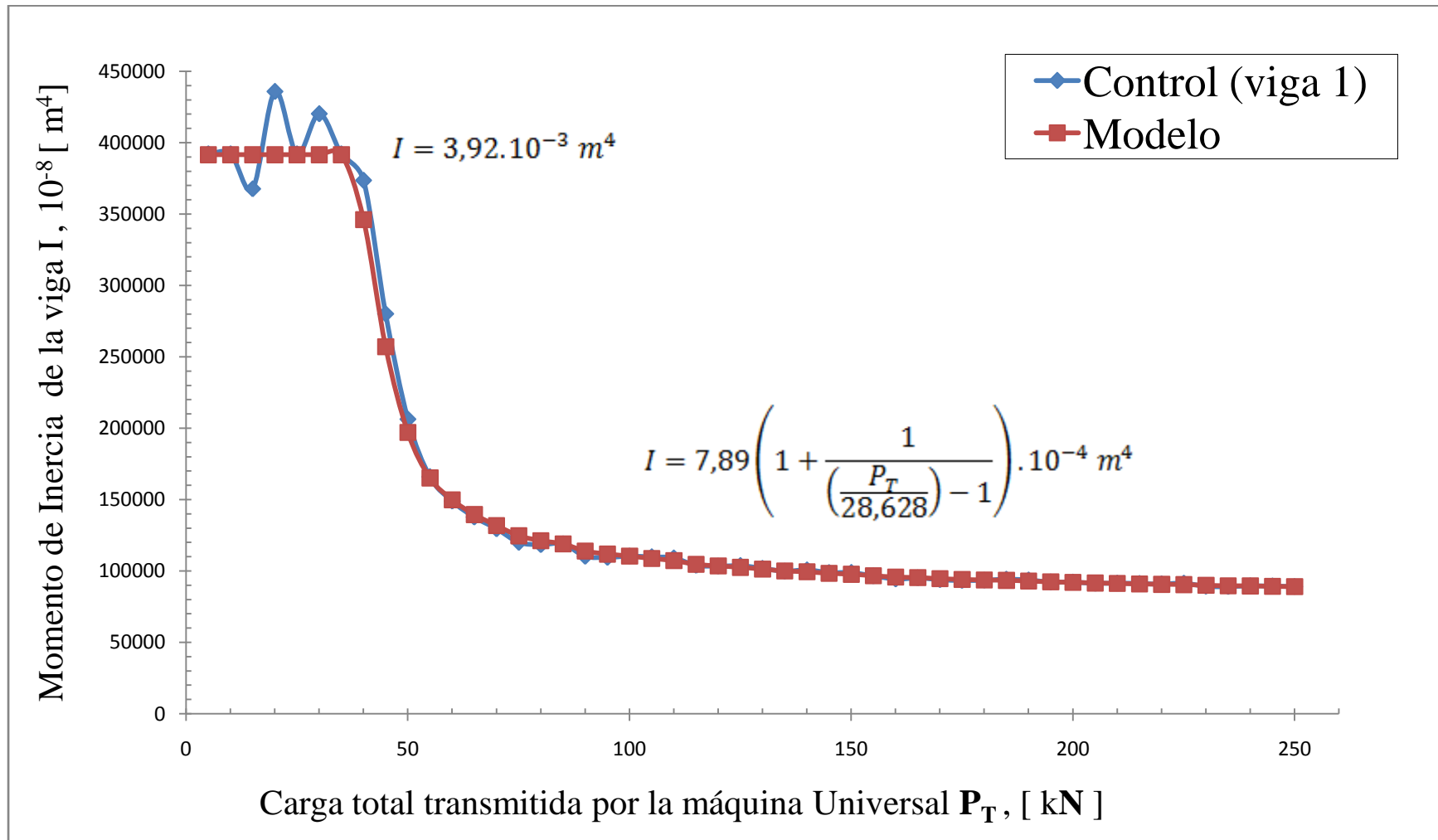


Figura 4.44
Relación momento de inercia & carga P_T , para la viga de control (viga 2)

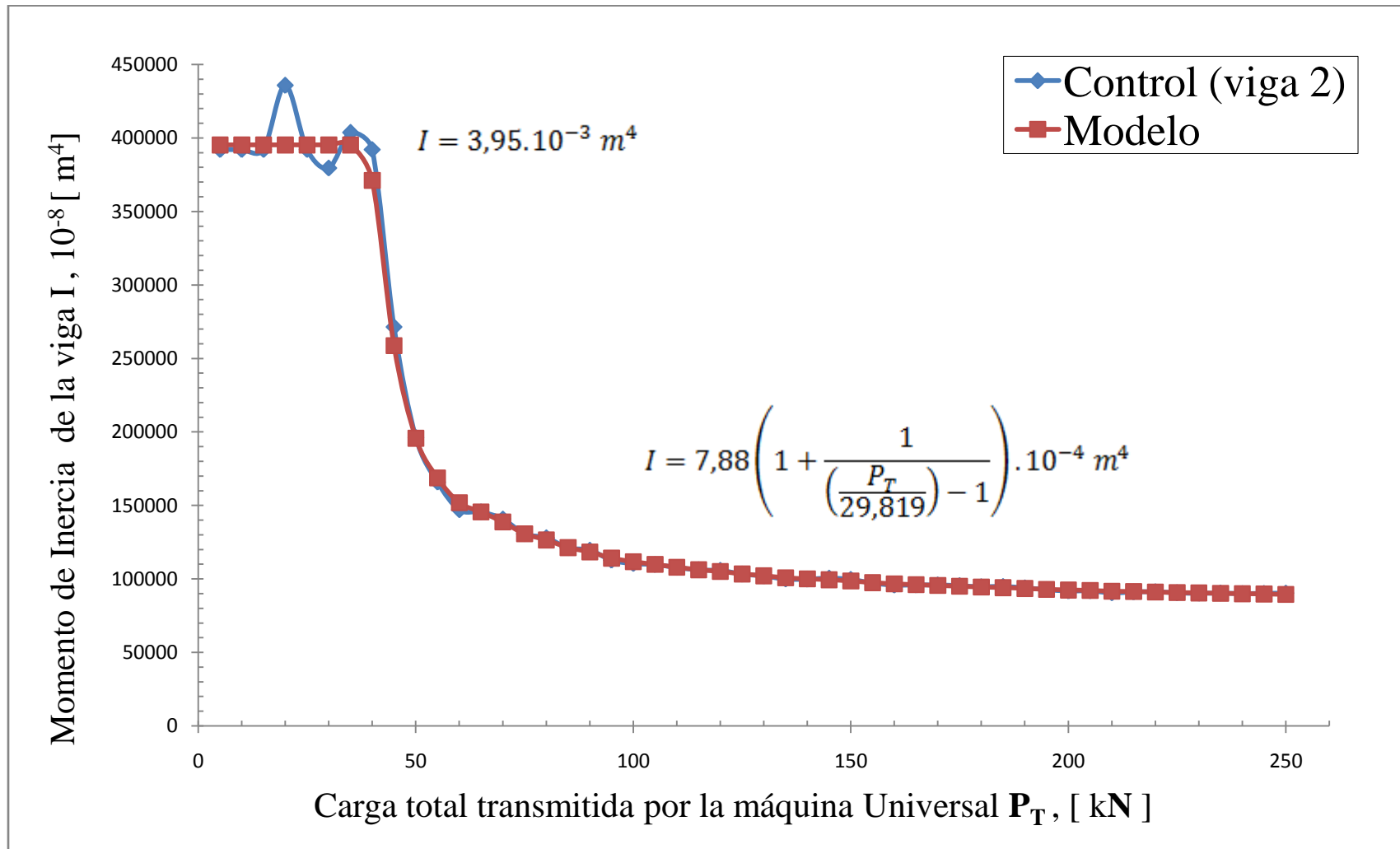


Figura 4.45
Relación momento de inercia & carga P_T , para el caso 1 (viga 3)

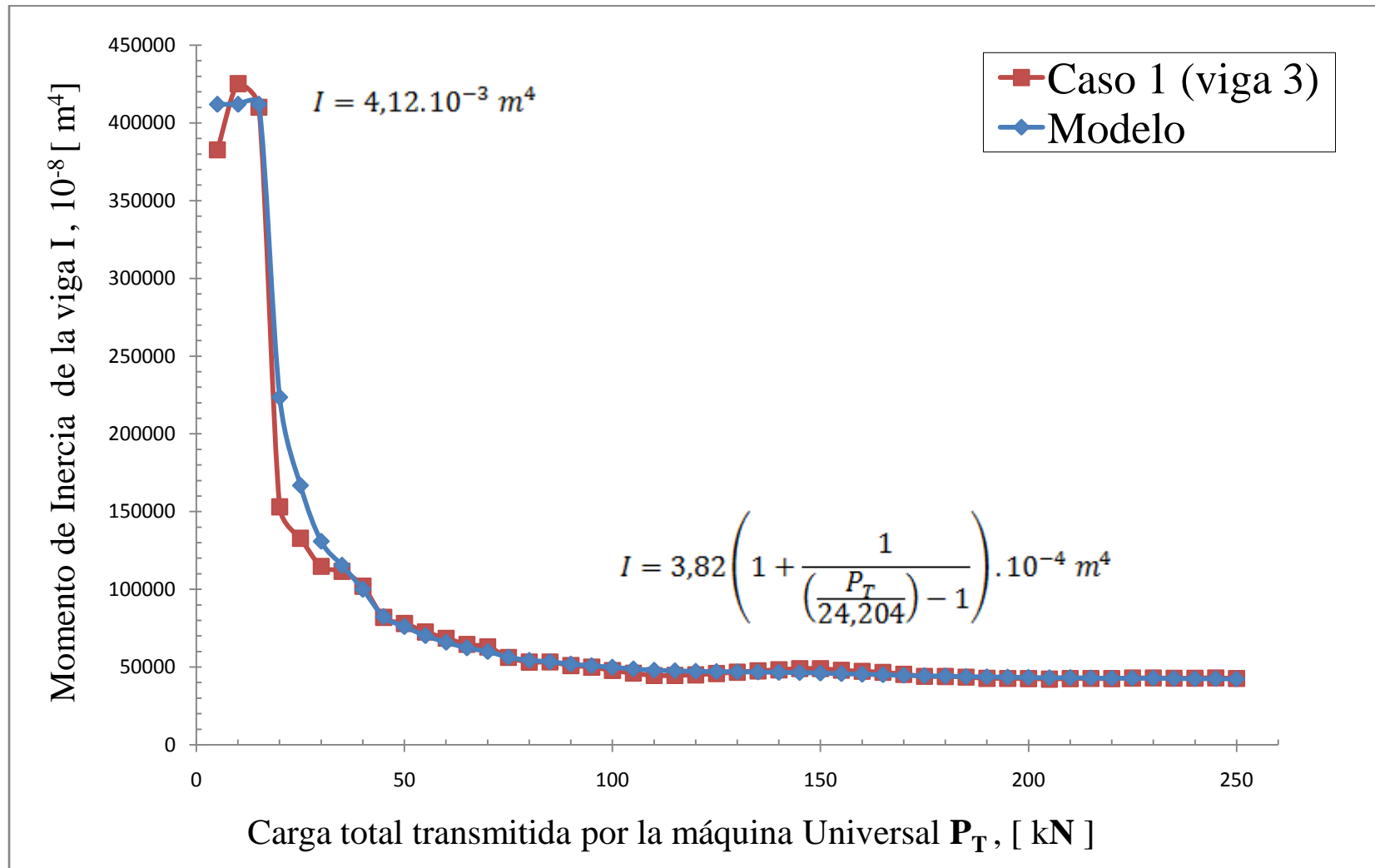


Figura 4.46
Relación momento de inercia & carga P_T , para el caso 1 (viga 4)

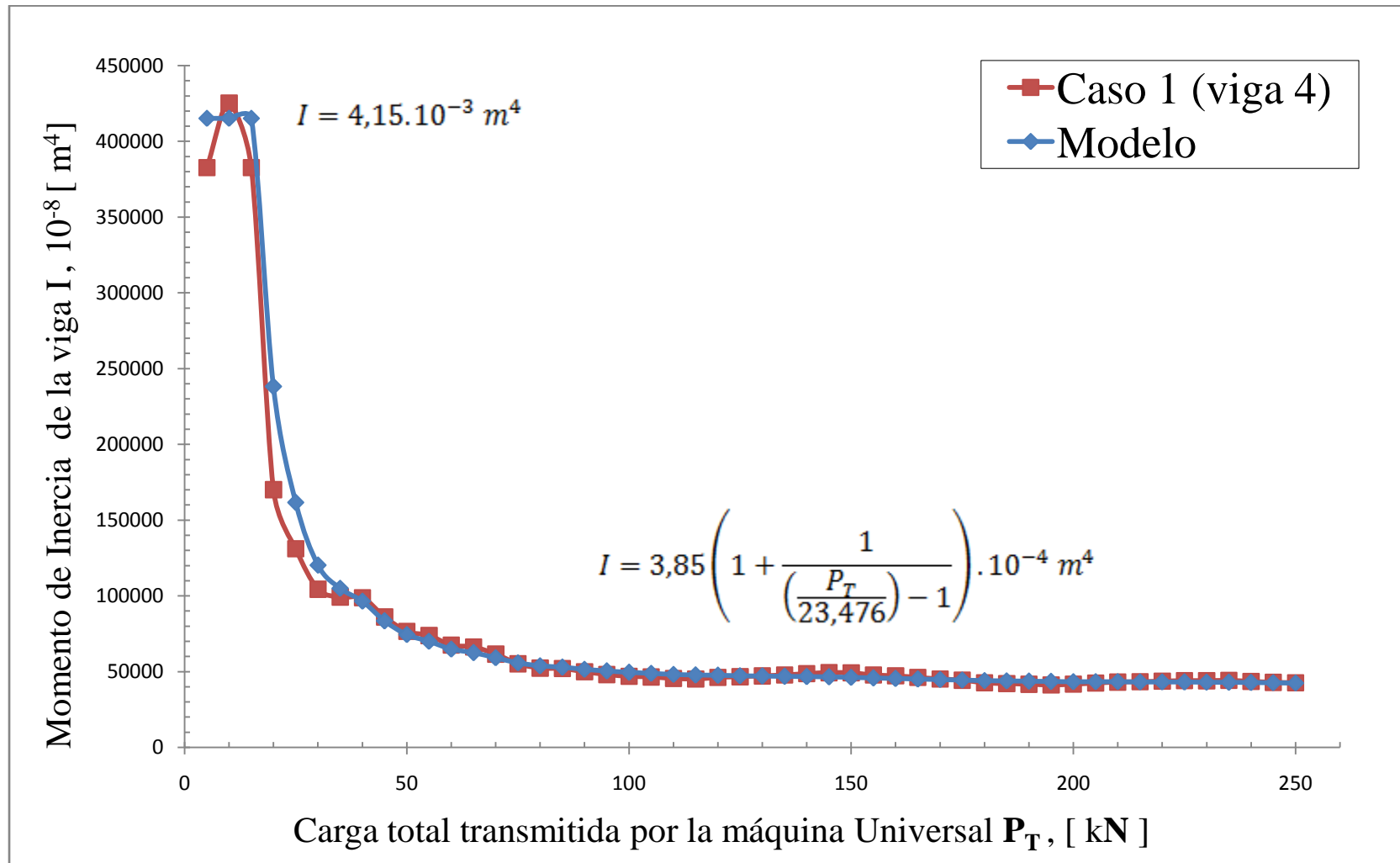


Figura 4.47
Relación momento de inercia & carga P_T , para el caso 2 (viga 8)

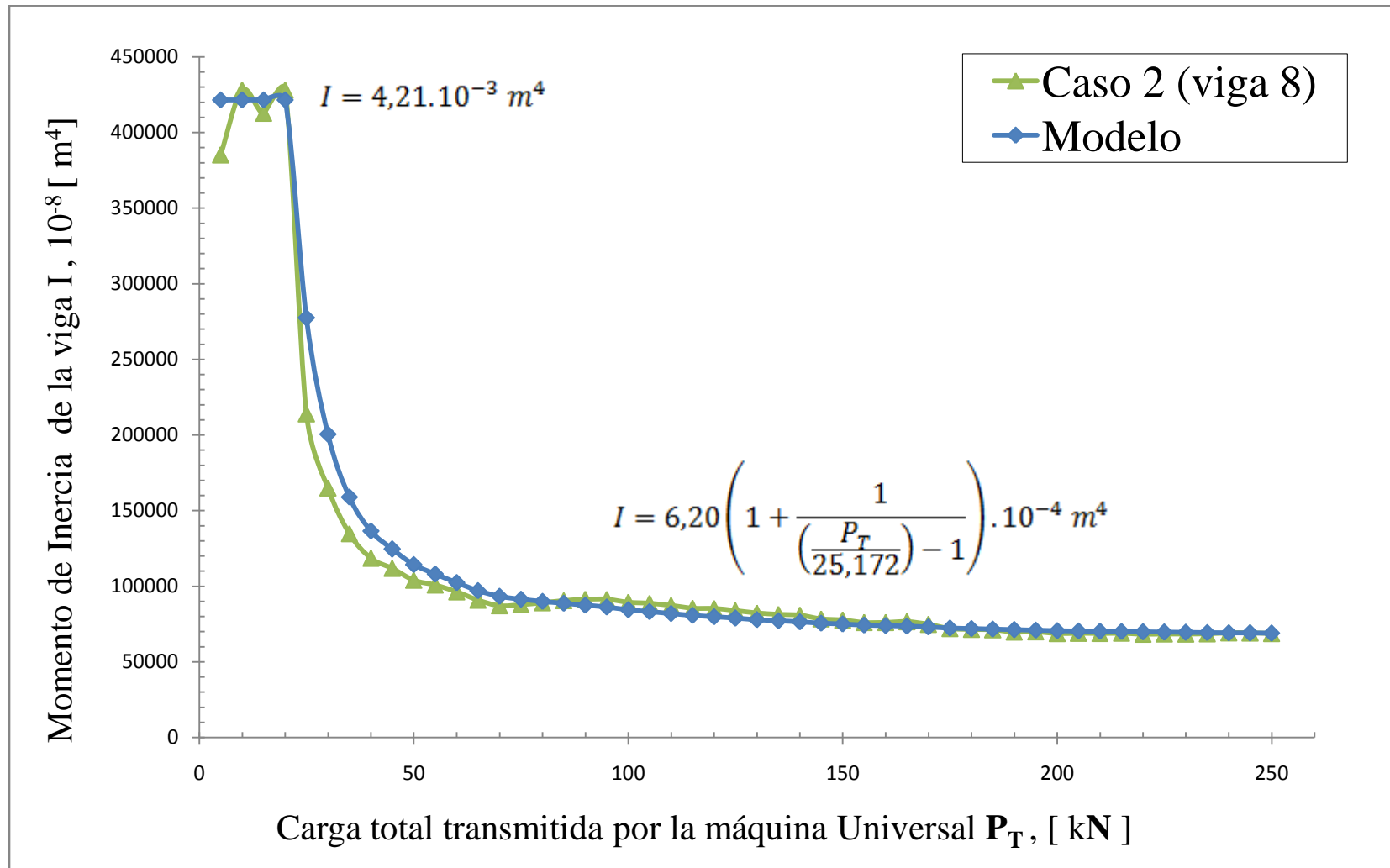


Figura 4.48
Relación momento de inercia & carga P_T , para el caso 2 (viga 9)

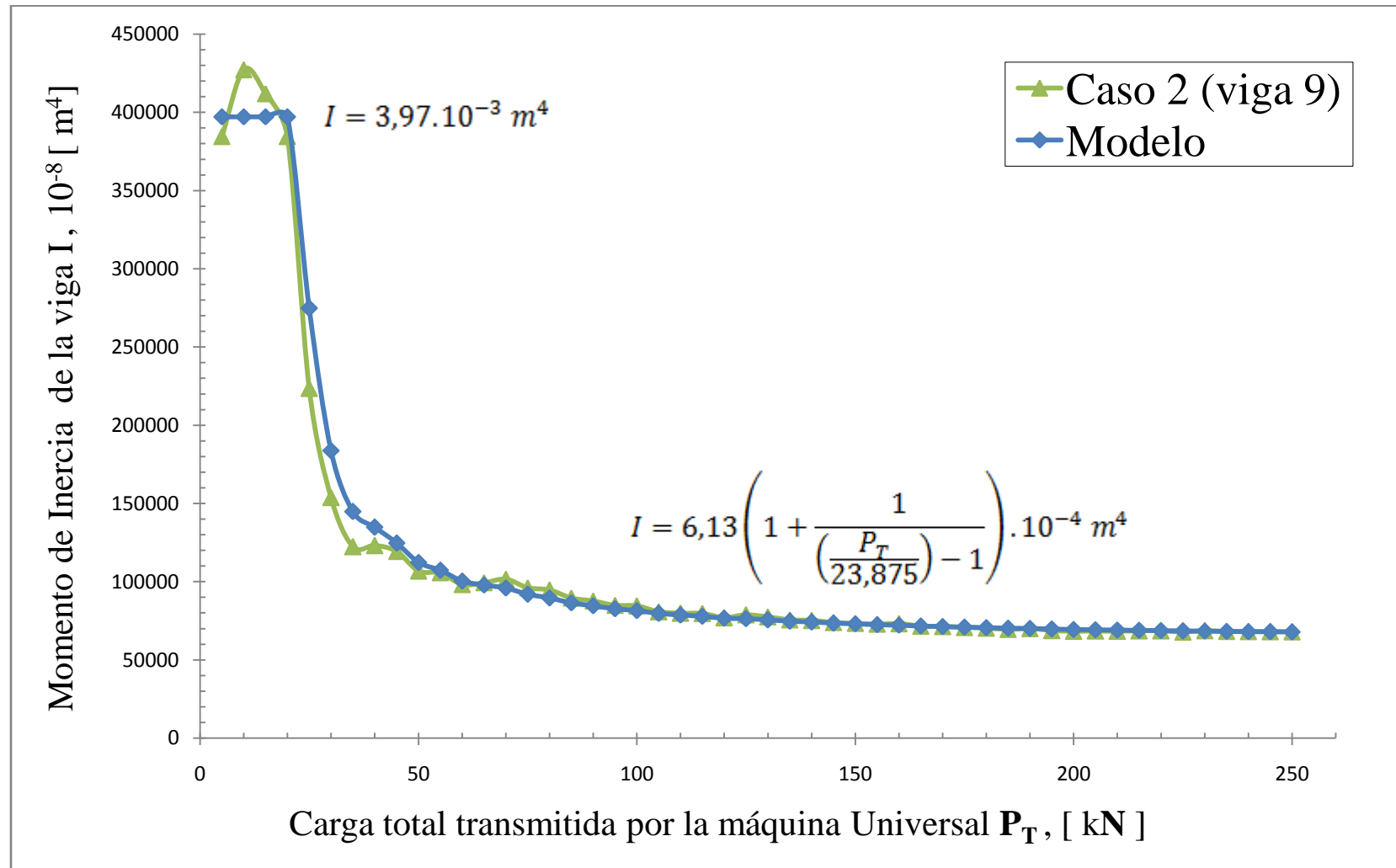


Figura 4.49
Relación momento de inercia & carga P_T , para el caso 3 (viga 5)

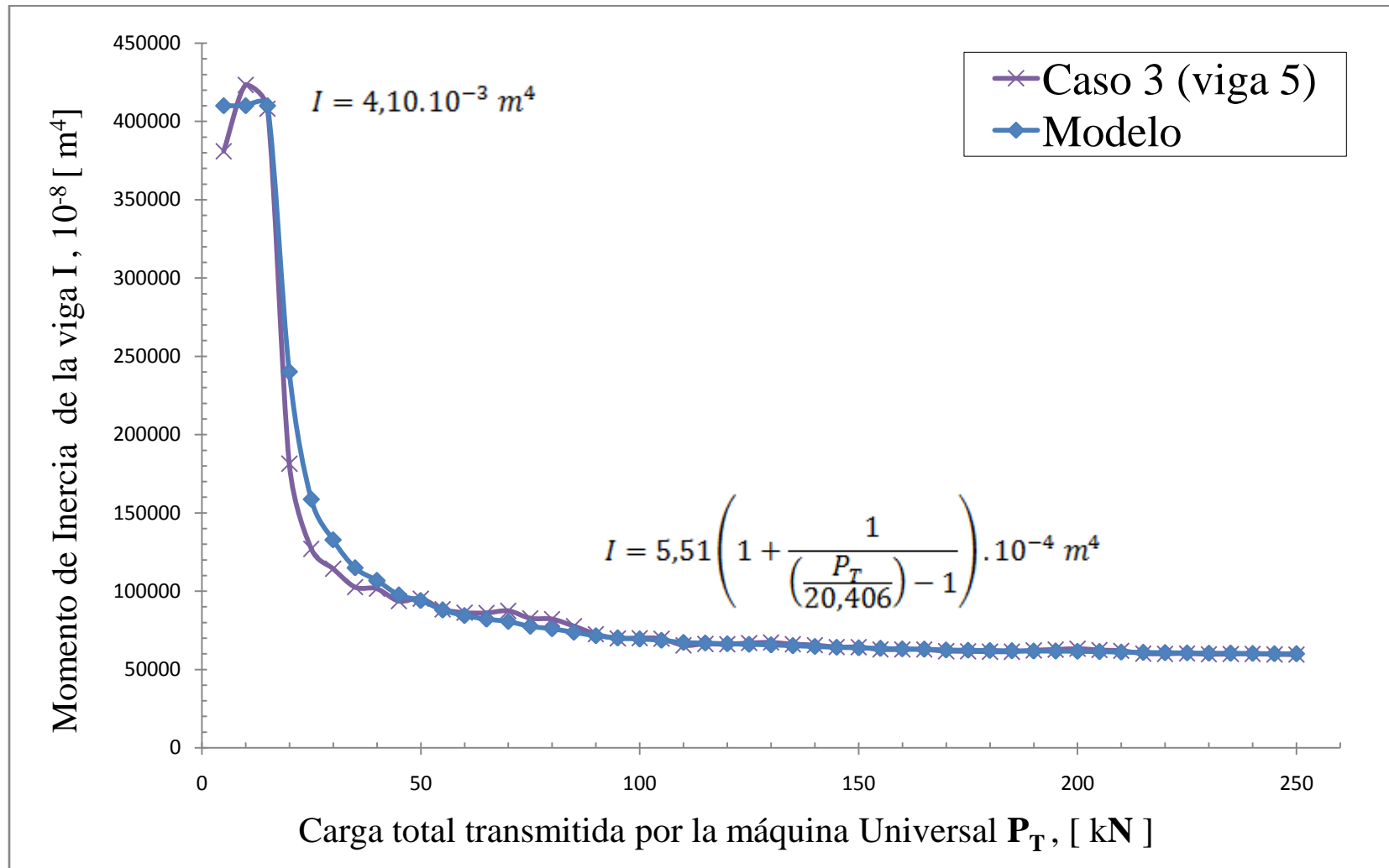


Figura 4.50
Relación momento de inercia & carga P_T , para el caso 3 (viga 6)

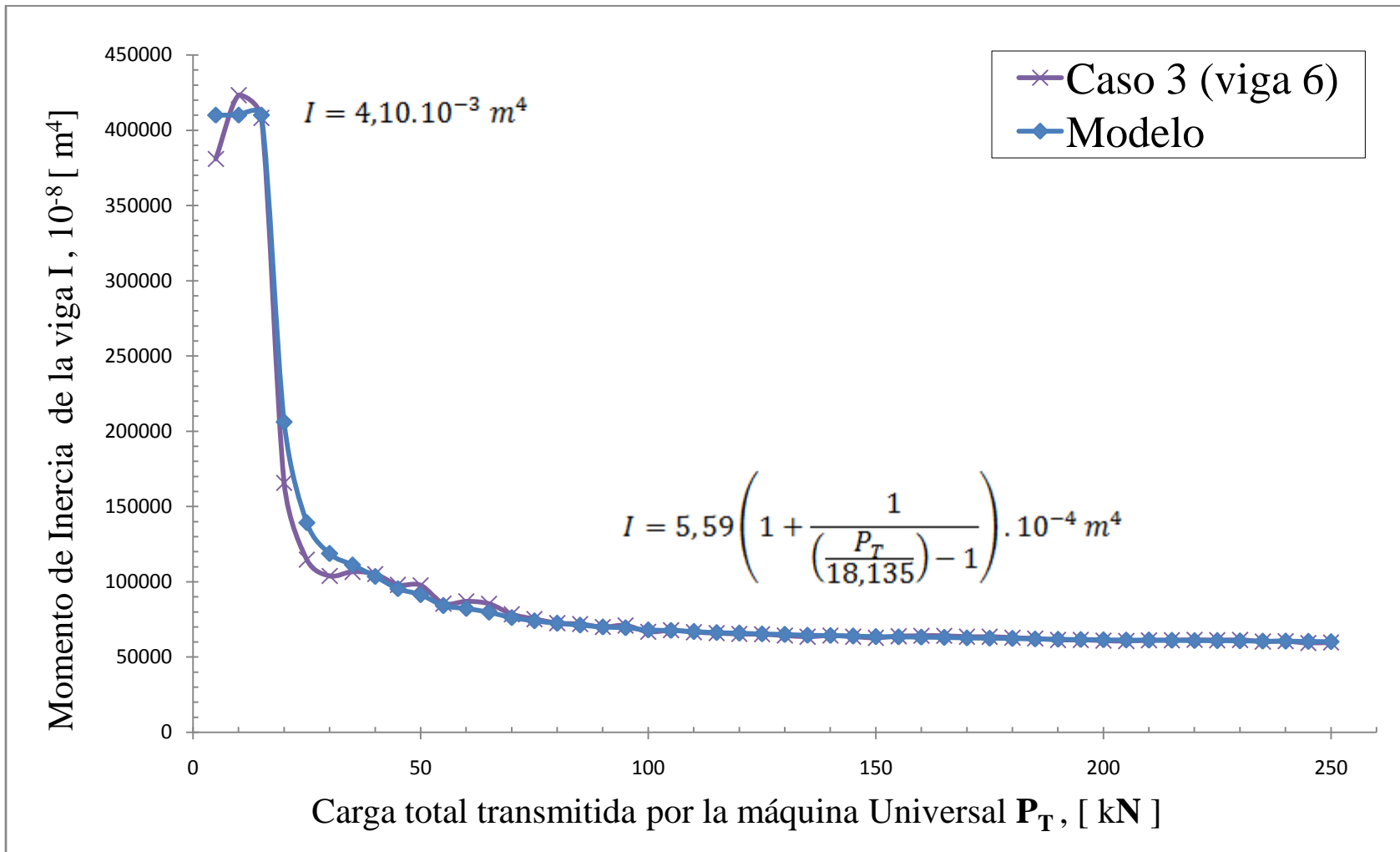


Figura 4.51
Relación momento de inercia & carga P_T , para el caso 4 (viga 7)

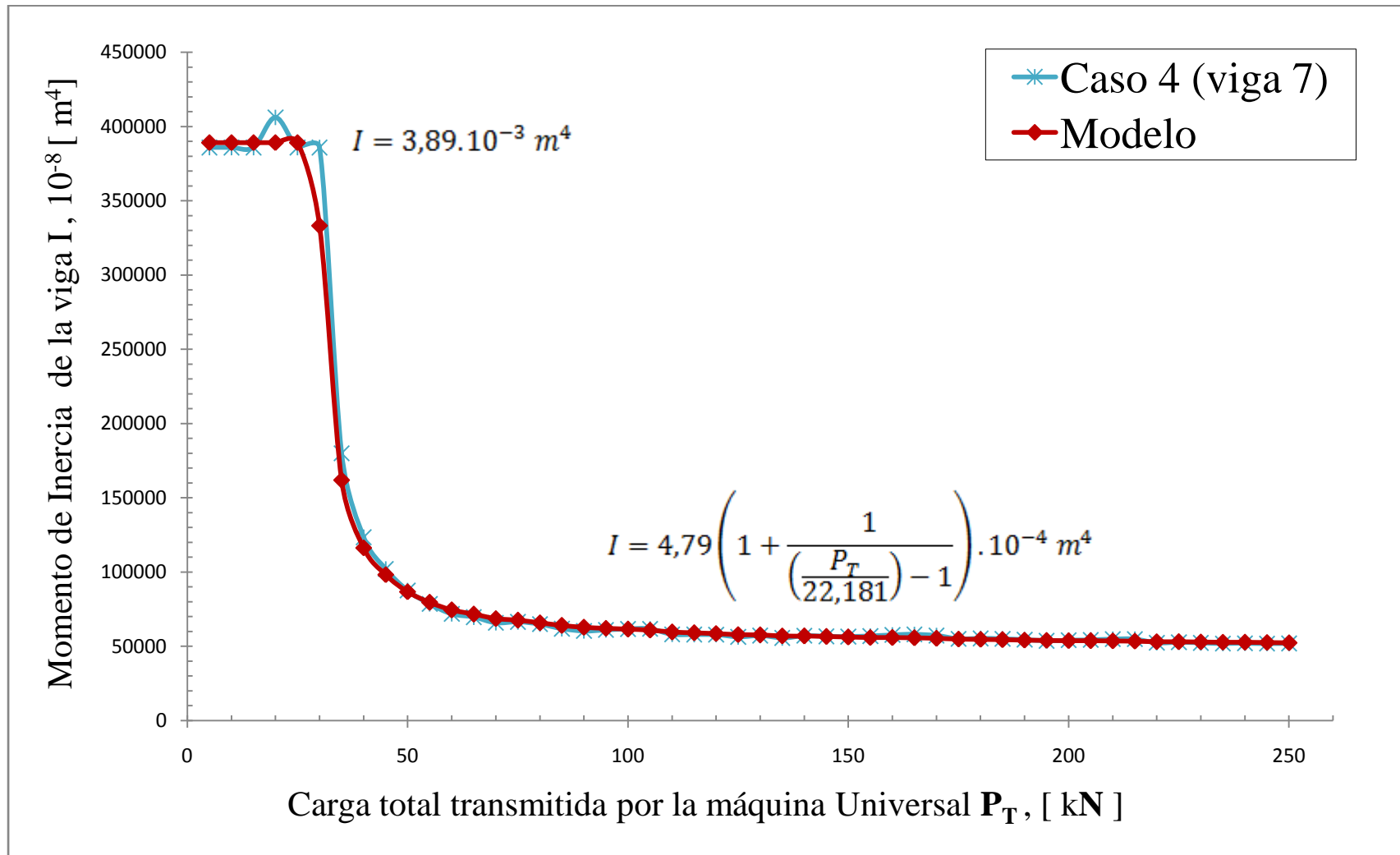


Figura 4.52
Relación momento de inercia & carga P_T , para el caso 4 (viga 10)

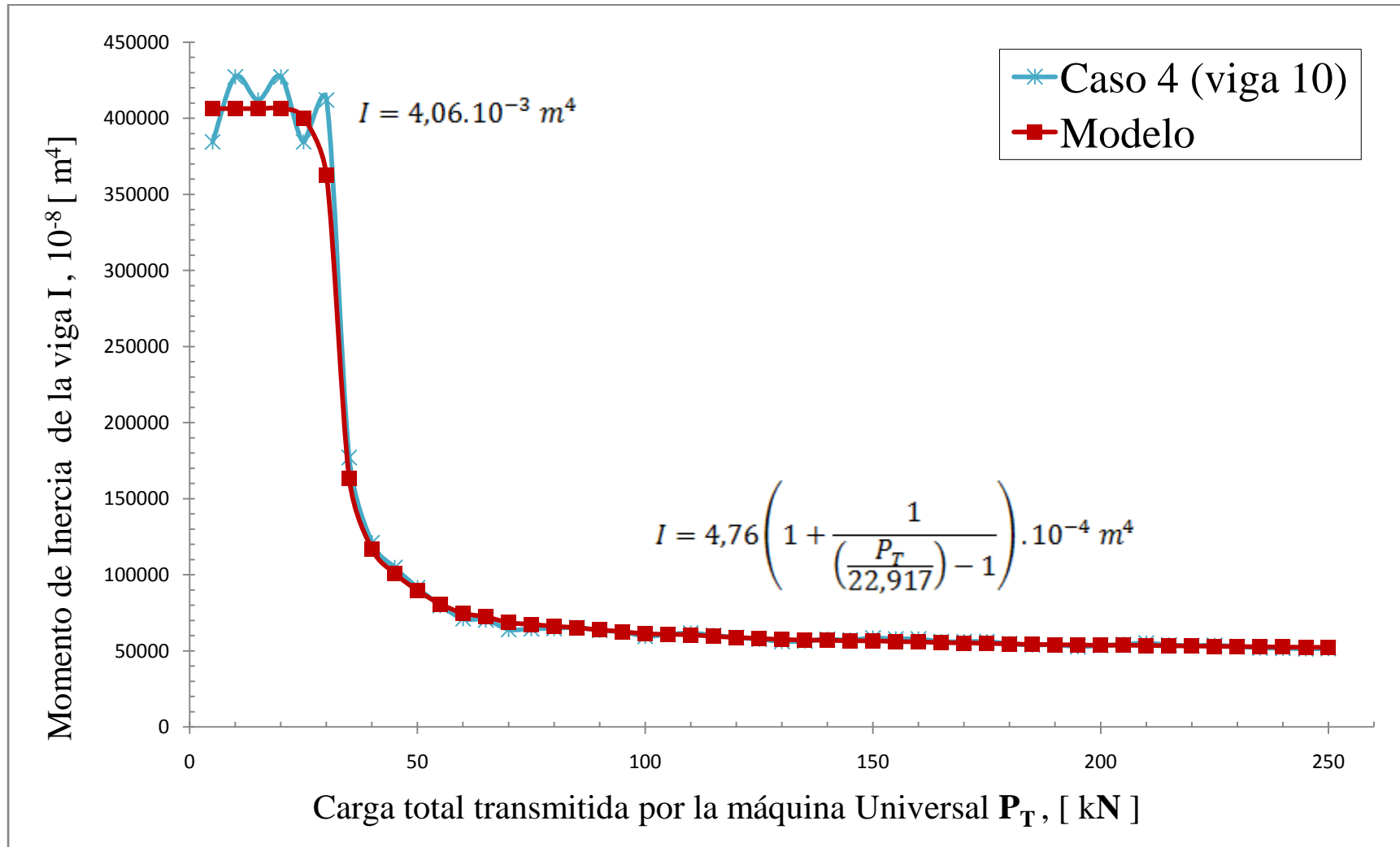


Figura 4.53

Comparación de los diferentes casos de estudio, respecto a la relación Momento de Inercia & Carga, de las vigas más desfavorables

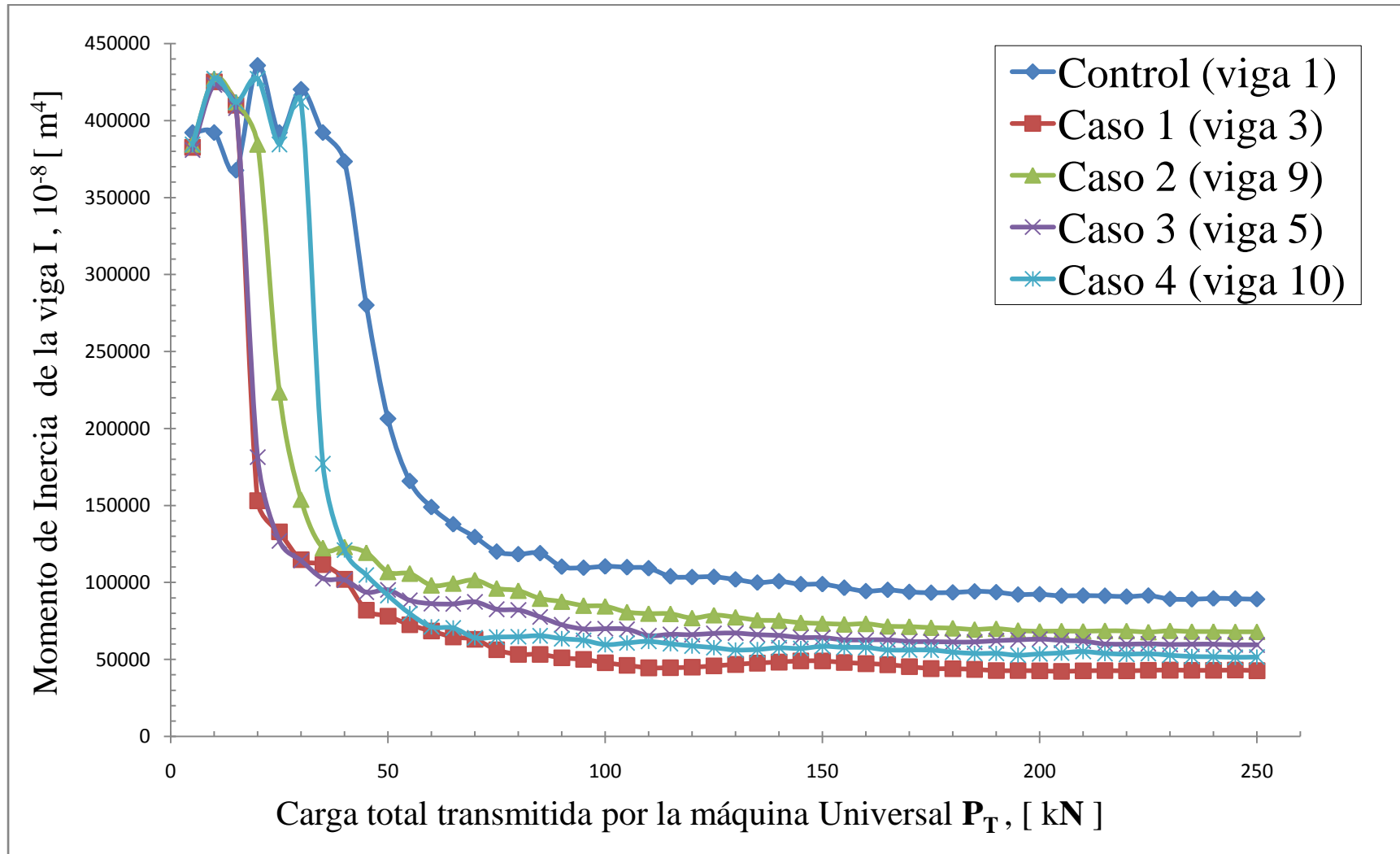
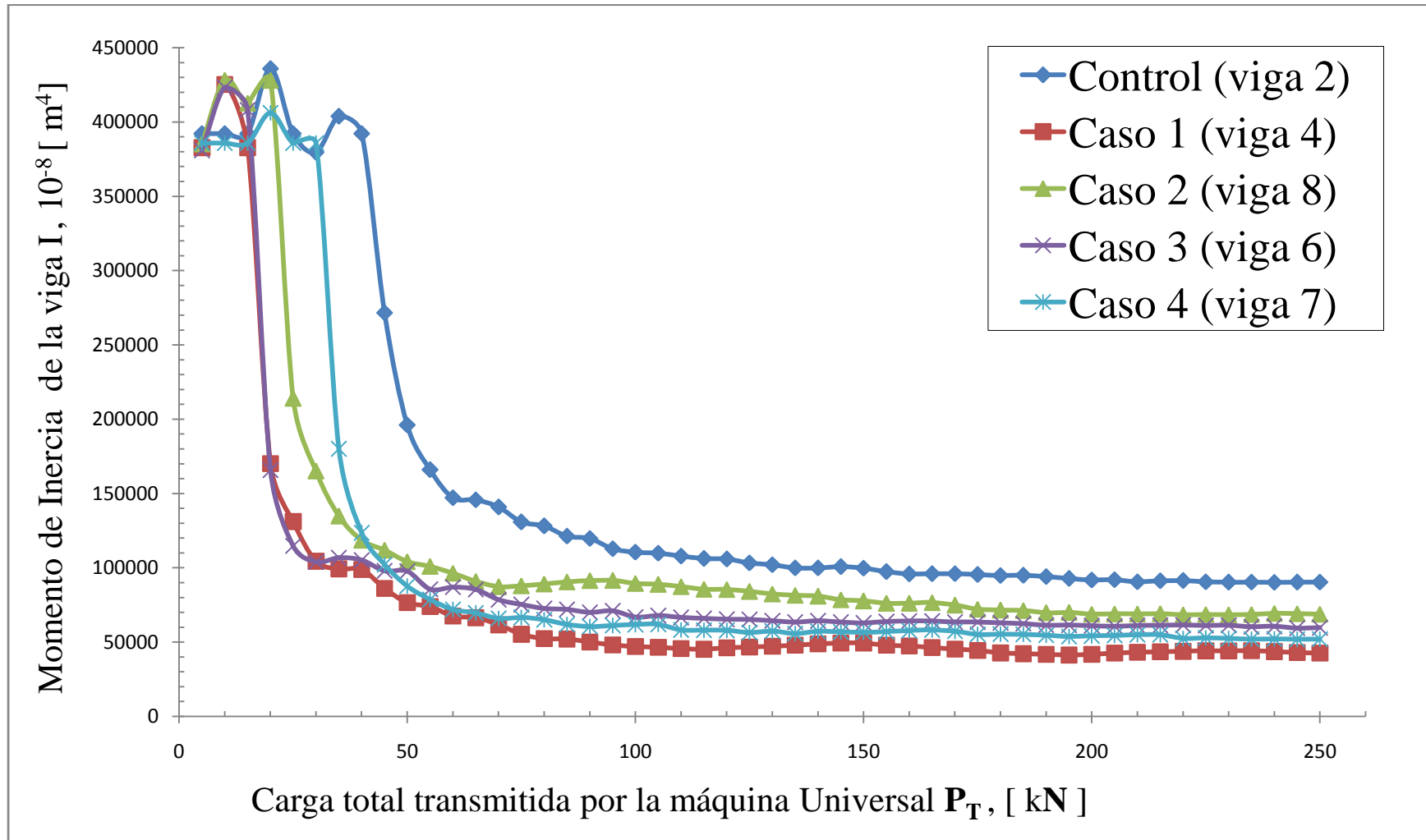


Figura 4.54

Comparación de los diferentes casos de estudio, respecto a la relación Momento de Inercia & Carga, de las vigas más favorables



Observando las figuras 4.53 y 4.54, se advierte que la presencia del ducto embebido, logró afectar el momento de inercia de todos los casos de estudio, donde el mejor rendimiento lo obtuvo el caso 2, le siguió el caso 3, seguido del caso 4 y por último lugar, el caso 1.

Lo interesante de las anteriores gráficas, es que al inicio, el valor del momento de inercia de la sección no fisurada, arroja valores muy parecidos para todos los casos, pero conforme se produce la primera fisura, se origina una pérdida notoria en el momento de inercia.

También se observa, que a partir de la carga de $P_T = 100\text{kN}$, todas las funciones se atenúan a un valor constante del momento de inercia.

4.5.4.1 Rendimiento del momento de inercia, utilizando el criterio de la constante k_2

Como primer criterio para comparar el rendimiento de cada viga de concreto reforzado, utilizaremos el valor de la constante que se origina al utilizar la ecuación 4.14 de la pág. 98, la cual se visualiza en las figuras 4.43 a 4.52, las cuales tabulamos en la tabla 4.17.

Tabla 4.17
Cálculo del momento de inercia, utilizando el criterio de la constante k_2

Caso de estudio	Viga	f'_c [MPa] (1)	E_c [MPa] (2)	k_2 [MPa] (3)	I $10^{-4} \cdot [m^4]$ (4)
Control	Viga 1	29,9	25 700	20,104	7,89
	Viga 2	29,9	25 700	20,089	7,88
Caso 1	Viga 3	31,4	26 337	9,992	3,82
	Viga 4	31,4	26 337	10,058	3,85
Caso 2	Viga 8	31,0	26 168	16,098	6,20
	Viga 9	31,1	26 211	15,942	6,13
Caso 3	Viga 5	31,7	26 462	14,456	5,51
	Viga 6	31,7	26 462	14,678	5,59
Caso 4	Viga 7	30,9	26 126	12,41	4,79
	Viga 10	31,1	26 211	12,38	4,76

(4): Se lo calcula con la siguiente ecuación: $0,01575 L^3 k_2/E_c$
(ver ecuación 4.14 pág. 98)

En base a la tabla 4.17, podemos confeccionar la tabla 4.18, en la cual se realiza el cálculo de los rendimientos de los momentos de inercia, utilizando el criterio de la constante k_2 (columna 4 de la tabla 4.17).

Tabla 4.18
Cálculo de los rendimientos de los casos de estudio,
en función del momento de inercia, utilizando el criterio de la constante k_2

Caso de estudio	Valor del momento de inercia $I, 10^{-4}. [m^4]$			Rendimientos		
	I_{\max} (1)	I_{\min} (2)	I_{promedio} (3)	Mínimo (4)	Máximo (5)	Promedio (6)
control	7,89	7,88	7,89	100%	100%	100%
caso 1	3,85	3,82	3,84	48%	49%	49%
caso 2	6,20	6,13	6,17	78%	79%	78%
caso 3	5,59	5,51	5,55	70%	71%	70%
caso 4	4,79	4,76	4,78	60%	61%	61%

(1): Representa el mayor valor (ver columna4 de la tabla 4.17) entre las dos vigas pertenecientes a un mismo caso de estudio.

(2): Representa el menor valor (ver columna4 de la tabla 4.17) entre las dos vigas pertenecientes a un mismo caso de estudio.

$$(3): I_{\text{promedio}} = \frac{I_{\min} + I_{\max}}{2}$$

$$(4): \text{Rendimiento (mínimo)} = \frac{I_{\min} (\text{de cada caso de estudio})}{I_{\max} (\text{de la viga de control})} \cdot 100$$

$$(5): \text{Rendimiento (máximo)} = \frac{I_{\max} (\text{de cada caso de estudio})}{I_{\min} (\text{de la viga de control})} \cdot 100$$

$$(6): \text{Rendimiento (promedio)} = \frac{\text{Rendimiento (mínimo)} + \text{Rendimiento (máximo)}}{2}$$

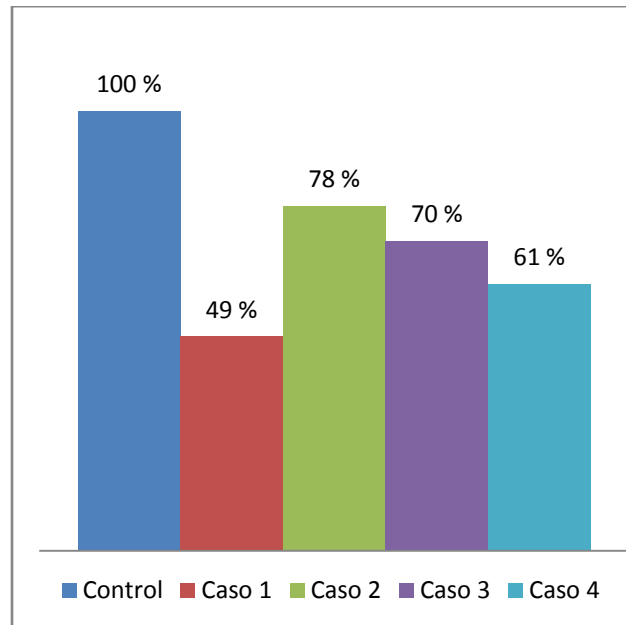
La figura 4.55, visualiza en un diagrama de barras, los rendimientos promedios de la columna 6 de la tabla 4.18, la cual demuestra en forma concluyente que la presencia del ducto embebido, en las vigas de concreto reforzado (en todos los casos de estudio) logró disminuir el momento de inercia, e incluso como ocurrió en el caso 1, produjo una pérdida de hasta el 49%.

El caso 1, resultó ser el caso más desfavorable, obteniendo un rendimiento promedio del 49%, situación para la cual, el ducto embebido estaba localizado en una zona de la viga, donde predominaba la fuerza de corte (cerca del apoyo).

Para el caso 2, el rendimiento promedio llegó a un 78%, el cual fue el rendimiento más alto obtenido de todos los casos de estudio, situación para la cual el ducto embebido estaba localizado en una zona para la cual existía una combinación de fuerzas internas, de momento flector y fuerza de corte, relativamente bajas.

A pesar que el caso 2, dio el mejor rendimiento, no necesariamente significa que el comportamiento de la viga de concreto reforzado fue el más adecuado, ya que las pérdidas fueron del orden del 22% ($100 - 78 = 22$) en comparación con la viga de control.

Figura 4.55
Rendimientos de los casos de estudio, en función del momento de inercia,
utilizando el criterio de la constante k_2



El caso 3, caso para el cual el ducto embebido estaba localizado en una zona de flexión pura, se advierte que el rendimiento promedio llegó a un 70%, asiendo notar que los momentos flectores elevados, contribuyen a que la presencia del ducto embebido, tenga un efecto mucho mayor, en la disminución de la rigidez de la viga.

El caso más interesante, es el relativo al caso 4, en el que se obtuvo un rendimiento del 61%, mucho mayor que el caso 1 (49%). Parece ser, que la simetría en la ubicación de los ductos embebidos a ambos lados de la viga, ocasiono que la viga trabaje de una forma más simétrica, en lugar de su contraparte del caso 1, en el cual el ducto embebido terminó afectando seriamente el valor del momento de inercia.

Parecería que para el caso 1, existiría una distribución de esfuerzos asimétricos, ocasionados por la presencia del ducto embebido, los cuales originan, una pérdida significativa del momento de inercia de la viga de concreto reforzado.

Los anteriores resultados, permiten concluir que la fuerza de corte y los momentos flectores elevados, contribuyen a que el ducto embebido en estas regiones, haga disminuir notoriamente el momento de inercia del elemento estructural, donde la fuerza de corte tiene un efecto mucho mayor, del orden de un 21 % ($70 - 49 = 21$) más que el efecto del momento flector.

4.5.4.2 Rendimiento del momento de inercia, utilizando el criterio de la carga de trabajo

Otro criterio que podemos usar, para investigar al momento de inercia de cada viga, es midiendo el momento de inercia de cada una de ellas, cuando actúe la carga de trabajo.

Para tal efecto se confecciona la tabla 4.19, en la cual se observa las deflexiones medidas centro luz, para una carga total igual a la carga de trabajo ($P_T = 60$ kN). Donde la división entre ambas, será la rigidez de la viga (columna 3), la cual se reemplaza en la ecuación $I_e = 0,01575 k \frac{L^3}{E_c}$ (columna 7), obteniendo el momento de inercia efectivo, para la carga de trabajo.

Tabla 4.19
Momento de inercia efectivo de cada viga, para la carga de trabajo

Caso de estudio	Viga	P_T [kN] (1)	δ [mm] (2)	$k = P_T/\delta$ [kN/mm] (3)	f'_c [MPa] (4)	E_c [MPa] (5)	Luz [m] (6)	I_e $10^{-4} \cdot [m^4]$ (7)
Control	Viga 1	60	1,58	37,97	29,9	25 700	4	14,89
	Viga 2	60	1,60	37,50	29,9	25 700	4	14,71
Caso 1	Viga 3	60	3,35	17,91	31,4	26 337	4	6,86
	Viga 4	60	3,40	17,65	31,4	26 337	4	6,75
Caso 2	Viga 8	60	2,40	25,00	31,0	26 168	4	9,63
	Viga 9	60	2,35	25,53	31,1	26 211	4	9,82
Caso 3	Viga 5	60	2,65	22,64	31,7	26 462	4	8,62
	Viga 6	60	2,63	22,81	31,7	26 462	4	8,69
Caso 4	Viga 7	60	3,22	18,63	30,9	26 126	4	7,19
	Viga 10	60	3,24	18,52	31,1	26 211	4	7,12

(5): Se lo calcula con la ecuación $E_c = 4700\sqrt{f'_c}$

(7): Se la calcula con la ecuación $I_e = 0,01575 k \frac{L^3}{E_c}$

Ahora bien, con los valores de la columna 7 de la tabla 4.19, se construye la tabla 4.20, en la cual se calculan los rendimientos de los casos de estudio, en función del momento de inercia, utilizando como criterio de comparación, al momento de inercia efectivo de la sección transversal de la viga en el momento en que se le aplica la carga de trabajo.

Tabla 4.20
Cálculo de los rendimientos de los casos de estudio,
en función del momento de inercia efectivo , para la carga de trabajo

Caso de estudio	Momento de inercia efectivo $I_e, 10^{-4} . [m^4]$			Rendimientos		
	I_{max} (1)	I_{min} (2)	$I_{promedio}$ (3)	Mínimo (4)	Máximo (5)	Promedio (6)
control	14,89	14,71	14,80	100%	100%	100%
caso 1	6,86	6,75	6,81	45%	47%	46%
caso 2	9,82	9,63	9,73	65%	67%	66%
caso 3	8,69	8,62	8,66	58%	59%	58%
caso 4	7,19	7,12	7,16	48%	49%	48%

(1): Representa el mayor valor (ver columna 7 de la tabla 4.19) entre las dos vigas pertenecientes a un mismo caso de estudio.

(2): Representa el menor valor (ver columna 7 de la tabla 4.19) entre las dos vigas pertenecientes a un mismo caso de estudio.

$$(3): I_{promedio} = \frac{I_{min} + I_{max}}{2}$$

$$(4): Rendimiento (mínimo) = \frac{I_{min} (de cada caso de estudio)}{I_{max} (de la viga de control)} \cdot 100$$

$$(5): Rendimiento (máximo) = \frac{I_{max} (de cada caso de estudio)}{I_{min} (de la viga de control)} \cdot 100$$

$$(6): Rendimiento (promedio) = \frac{Rendimiento (mínimo) + Rendimiento (máximo)}{2}$$

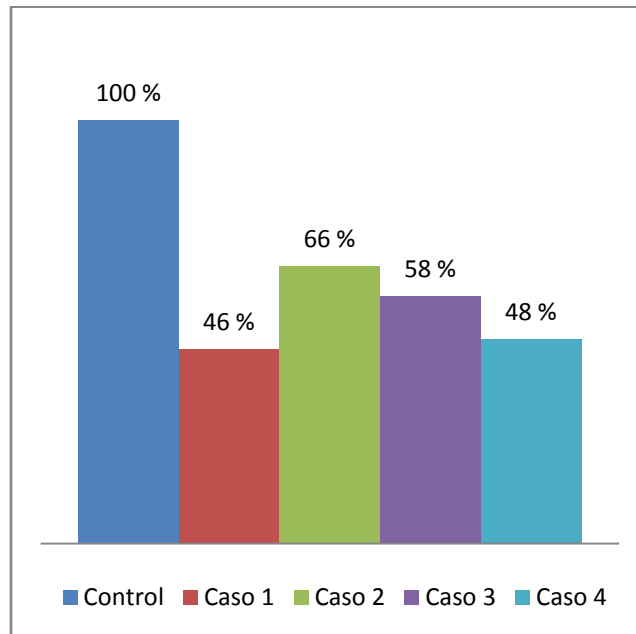
La figura 4.56, muestra los rendimientos promedios de la columna 6 de la tabla 4.20, en la cual se observa que los rendimientos promedios obtenidos, arrojan valores relativamente más bajos, en comparación con los rendimientos promedios que se obtuvieron con el criterio de la constante k_2 (ver figura 4.55).

Como se observa en la figura 4.56, aun se conserva la tendencia, en la cual, el caso más favorable lo lleva el caso 2 con un 66%, le sigue el caso 3 con un 58%, continua el caso 4 con un 48% y le sigue muy de cerca el caso 1 con un 46%.

Es interesante señalar, que el caso 1 junto con el caso 4, arrojan rendimientos relativamente iguales, con apenas el 2% ($48 - 46 = 2$) de diferencia. Pero es importante apuntar, que conforme se baya incrementando el valor de la carga, la diferencia entre ellos, se ira haciendo cada vez más grande.

Bajo las cargas de trabajo, se sigue verificando, que la influencia de la fuerza de corte (caso 1), es mayor que la del momento flector (caso 3), alrededor de un 12% ($58 - 46 = 12$) más.

Figura 4.56
Rendimientos de los casos de estudio, en función del momento de inercia efectivo,
para la carga de trabajo



Como conclusión final, observando a la figura 4.56, se verifica que el ducto embebido, terminó afectó notoriamente al momento de inercia efectivo para todos los casos de estudio. Lo cual implicará, que cuando actúe la carga de trabajo, el ducto embebido, producirá mayores deflexiones en comparación con las vigas de control.

Ahora bien, utilizando los valores del momento de inercia efectivo, ya determinados anteriormente, vamos a compararlos con el momento de inercia efectivo calculado por el reglamento de la NSR-10, y de esta forma, efectuaremos la relación que existe entre estos dos valores.

El reglamento de la NSR-10 en su capítulo C.9.5.2.3, nos indica que el momento de inercia efectivo, puede calcularse en base a la siguiente ecuación:

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 \cdot I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right] \cdot I_{cr} < I_g \quad (4.15)$$

Donde:

- M_{cr} : Es el momento de fisuración $= \frac{f_r I_g}{y_t}$
- f_r : Es el módulo de ruptura del concreto, que para el caso de un concreto de peso normal $= 0,62\lambda\sqrt{f'_c}$ (para concreto de peso normal $\lambda=1$).
- y_t : Es la distancia medida desde el eje centroidal de la sección total, sin considerar el refuerzo, hasta la fibra extrema a tracción, en mm.
- I_g : Es el momento de inercia, de la sección bruta de la viga.
- M_a : Es el momento máximo en el elemento para el nivel de carga que se está evaluando.
- I_{cr} : Es el momento de inercia, de la sección de la viga, fisurada transformada.

Para una mejor comprensión, en el capítulo 3.1.7 de la pág. 25, se desarrolla un ejemplo didáctico paso a paso del cálculo de las deflexiones bajo cargas de trabajo, para la viga de control, utilizando la ecuación 4.15.

Ahora bien, en base a la ecuación 4.15, es posible calcular al momento de inercia efectivo, y de esta manera, lo podríamos comparar con los momentos de inercia efectivos medidos anteriormente. Tal comparación la realizamos en la Tabla 4.21, en la cual está sintetizada toda la información de cada viga de estudio.

Tabla 4.21
Medición y cálculo del momento de inercia efectivo, para cada viga de estudio

Caso de estudio	Viga	Momento de inercia efectivo		I_{medida}/I_{cal} (3)	I_{medida}/I_{cal} Promedio (4)
		I_{medido} $10^{-4} [m^4]$ (1)	I_{cal} $10^{-4} [m^4]$ (2)		
Control	Viga 1	14,89	36,81	0,4045	0,402
	Viga 2	14,71	36,81	0,3996	
Caso 1	Viga 3	6,86	38,89	0,1764	0,175
	Viga 4	6,75	38,89	0,1736	
Caso 2	Viga 8	9,63	38,33	0,2512	0,253
	Viga 9	9,82	38,47	0,2553	
Caso 3	Viga 5	8,62	39,32	0,2192	0,220
	Viga 6	8,69	39,32	0,2210	
Caso 4	Viga 7	7,19	38,19	0,1883	0,187
	Viga 10	7,12	38,47	0,1851	

- (1): Ver tabla 4.19 de la pág. 117.
- (2): Los valores fueron calculados utilizando la ecuación 4.15. Para más detalle, puede verse el ejercicio didáctico de la pág. 25.
- (3): División de la columna 1 entre la columna 2.
- (4): Es el promedio de los dos valores, de las vigas de un mismo caso, de la columna 3.

Lo interesante de la tabla 4.21 (columna 4), es que se deducen unos posibles coeficientes, a ser tomados en cuenta, para multiplicar a la ecuación 4.15 del reglamento de la NSR- 10, y de esta forma obtener resultados más semejantes con la realidad. Pero lo más interesante aún, es que dichos coeficientes, varían en función directa a la ubicación del ducto embebido en la viga de concreto reforzado.

4.5.4.3 Rendimiento de los casos de estudio, en función de la deflexión bajo cargas de trabajo

En la tabla 4.22, se resumen los datos de laboratorio, pertenecientes a las deflexiones medidas centro luz, bajo la acción de la carga de trabajo.

Tabla 4.22
Deflexiones centro luz de cada viga, para la carga de trabajo

Caso de estudio	Viga	P_T [kN]	δ [mm]
Control	Viga 1	60	1,58
	Viga 2	60	1,60
Caso 1	Viga 3	60	3,35
	Viga 4	60	3,40
Caso 2	Viga 8	60	2,40
	Viga 9	60	2,35
Caso 3	Viga 5	60	2,65
	Viga 6	60	2,63
Caso 4	Viga 7	60	3,22
	Viga 10	60	3,24

El reglamento de la NSR-10 en su capítulo C.9.5 [tabla C.9.5(b)] sobre controles de deflexiones, indica que la deflexión máxima admisible calculada, para sistemas de entrepiso que soporte o esté ligado a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes, debe ser igual a $L/480$. Por lo que para la presente investigación, la deflexión máxima admisible sería igual a:

$$\delta_{adm} = \frac{L}{480} = \frac{4\,000}{480} = 8,33\,mm$$

Una primera conclusión que se puede advertir, es que a pesar que todos los casos de estudio, dieron valores elevados en las deflexiones (tabla 4.22), ninguno de ellos excedió el máximo admisible (los 8,33mm) limitado por el reglamento de la NSR-10.

Ahora bien, para aprovechar toda la información suministrada por la tabla 4.22, vamos a realizar dos tipos de comparaciones, una de ellas, será la comparación entre la deflexión medida para cada viga de estudio y las vigas de control, y la otra comparación está referida a la relación que existe entre la deflexión medida y la deflexión calculada, utilizando la ecuación C.9.5.2.3 del reglamento de la NSR-10.

Utilizando la tabla 4.22, se elabora la tabla 4.23, en donde se calculan los rendimientos de los diferentes casos de estudio, en función de la deflexión centro luz, para la carga de trabajo. En donde la figura 4.57, representa un diagrama de barras, de los rendimientos promedios de la columna 6 de la tabla 4.23.

Tabla 4.23
Cálculo de los rendimientos de los casos de estudio,
en función de la deflexión centro luz, para la carga de trabajo

Caso de estudio	Deflexión centro luz para la carga de trabajo δ , [mm]			Rendimientos		
	δ_{\max} (1)	δ_{\min} (2)	δ_{promedio} (3)	Mínimo (4)	Máximo (5)	Promedio (6)
control	1,6	1,58	1,59	100%	100%	100%
caso 1	3,4	3,35	3,38	209%	215%	212%
caso 2	2,4	2,35	2,38	147%	152%	149%
caso 3	2,65	2,63	2,64	164%	168%	166%
caso 4	3,24	3,22	3,23	201%	205%	203%

(1): Representa el mayor valor (ver tabla 4.22) entre las dos vigas pertenecientes a un mismo caso de estudio.

(2): Representa el menor valor (ver tabla 4.22) entre las dos vigas pertenecientes a un mismo caso de estudio.

(3): $\delta_{\text{promedio}} = \frac{\delta_{\min} + \delta_{\max}}{2}$

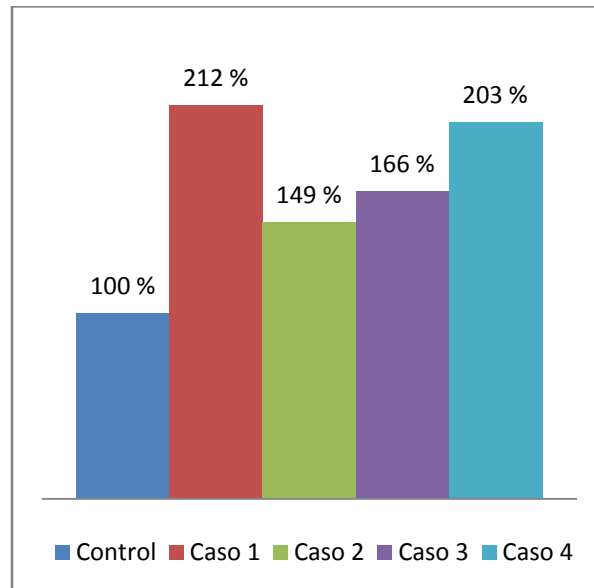
(4): $\text{Rendimiento (mínimo)} = \frac{\delta_{\min} \text{ (de cada caso de estudio)}}{\delta_{\max} \text{ (de la viga de control)}} \cdot 100$

(5): $\text{Rendimiento (máximo)} = \frac{\delta_{\max} \text{ (de cada caso de estudio)}}{\delta_{\min} \text{ (de la viga de control)}} \cdot 100$

(6): $\text{Rendimiento (promedio)} = \frac{\text{Rendimiento (mínimo)} + \text{Rendimiento (máximo)}}{2}$

Lo primero que salta a la vista de la figura 4.57, es el elevado valor en el porcentaje, que arrojan todos los casos de estudio. Esto significa que todos ellos, tuvieron deflexiones mucho mayores que las vigas de control. Por ejemplo, el caso 1 con el caso 4 dieron deflexiones casi el doble que las vigas de control, siendo el caso 1 el rendimiento mayor con el 212%. Como era de esperarse el mejor rendimiento lo obtuvo el caso 2 con un 149%, le sigue el caso 3 con el 166%, continúa el caso 4 con el 203% y como ya se mencionó anteriormente, el caso 1 con un 212%, en el último lugar.

Figura 4.57
Rendimientos de los casos de estudio, en función de la deflexión centro luz,
bajo la carga de trabajo

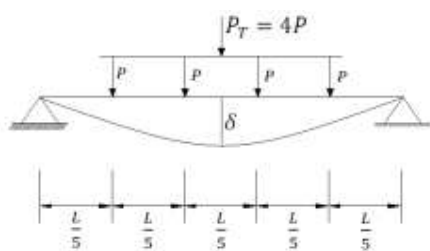


A pesar que el caso 2, dio el mejor rendimiento, no necesariamente significa que el comportamiento de la viga de concreto reforzado fue el más adecuado, ya que las deflexiones fueron del orden del 49% ($149 - 100 = 49$) más que las vigas de control.

El caso más interesante, es el relativo al caso 4, en el que se obtuvo un rendimiento del 203%, menor que el caso 1 (212%). Parece ser, que la simetría en la ubicación de los ductos embebidos a ambos lados de la viga, contribuyó a que la viga trabaje de una forma más estable, y esto ayudó a tener deflexiones menores en comparación con el caso 1.

Los anteriores resultados, permiten concluir que la fuerza de corte y los momentos flectores elevados, contribuyen a que el ducto embebido en estas regiones, haga aumentar notoriamente la deflexión bajo la carga de trabajo, donde la fuerza de corte tiene un efecto mucho mayor, del orden de un 46 % ($212 - 166 = 46$) más que el efecto que tiene el momento flector.

En el punto Como lo mencionamos al inicio del capítulo, utilizando los valores de las deflexiones centro luz, para la carga de trabajo, vamos a compararlas con las deflexiones calculadas por el reglamento de la NSR-10, y de esta forma, efectuaremos la relación que existe entre estos dos valores. Ahora bien, utilizando cualquier metodología de la resistencia de materiales o de la mecánica de sólidos, se puede demostrar, que la deflexión centro luz, para una viga cargada con cuatro cargas puntuales, dispuestas en forma simétrica, viene dada por:



$$\delta = 0,01575 \frac{P_T L^3}{E_c I_e} \quad (4.16)$$

En donde:

δ = Deflexión en el centro luz de la viga [mm].

P_T = Carga total aplicada a la viga [kN].

L = Luz libre de la viga [m].

I_e = Momento de inercia efectivo [m^4]. Ver ecuación 4.15 pág. 119.

E_c = Módulo de elasticidad del concreto. $E_c = 4700\sqrt{f'_c}$ en MPa.

f'_c = Resistencia específica a la compresión del concreto [MPa].

Como lo indica la ecuación 4.16, es necesario conocer el valor del momento de inercia efectivo, el cual fue calculado en base a la ecuación 4.15 de la página 119. En la tabla 4.24, están resumidos todos los cálculos arriba indicados.

Tabla 4.24

Medición y cálculo de la deflexión en el centro luz, para la carga de trabajo

Caso de estudio	Viga	$10^{-4} I_e$ [m^4] (1)	f'_c [MPa] (2)	E_c [MPa] (3)	Deflexión centro luz para la carga de trabajo		$\delta_{medido}/\delta_{cal}$ (6)	$\delta_{medido}/\delta_{cal}$ Promedio (7)
					δ_{medida} [mm] (4)	δ_{cal} [mm] (5)		
Control	Viga 1	36,81	29,9	25700	1,58	0,64	2,472	2,487
	Viga 2	36,81	29,9	25700	1,60	0,64	2,503	
Caso 1	Viga 3	38,89	31,4	26337	3,35	0,59	5,674	5,716
	Viga 4	38,89	31,4	26337	3,40	0,59	5,759	
Caso 2	Viga 8	38,33	31,0	26168	2,40	0,60	3,981	3,949
	Viga 9	38,47	31,1	26211	2,35	0,60	3,918	
Caso 3	Viga 5	39,32	31,7	26462	2,65	0,58	4,559	4,542
	Viga 6	39,32	31,7	26462	2,63	0,58	4,524	
Caso 4	Viga 7	38,19	30,9	26126	3,22	0,61	5,313	5,357
	Viga 10	38,47	31,1	26211	3,24	0,60	5,402	

(1): Ver la columna 2 de la tabla 4.21 de la pág. 120.

(2): Ver la tabla 4.5 de la pág. 46.

(3): $E_c = 4700\sqrt{f'_c}$

(4): Es la deflexión centro luz, medida para la carga de trabajo, es decir, para un $P_T = 60 \text{ kN}$

(5): Es la deflexión centro luz, calculada con la ecuación 4.16.

(6): División de la columna 4 entre la columna 5.

(7): Es el promedio de los dos valores, de las vigas de un mismo caso, de la columna 6.

Lo interesante de la tabla 4.24 (columna 7), es que se deducen unos posibles coeficientes, a ser tomados en cuenta, para multiplicar al valor de la deflexión calculada utilizando la metodología del reglamento de la NSR-10 (en su capítulo C.9.5.2.3), y de esta forma obtener resultados más semejantes con la realidad. Pero lo más interesante aún, es que dichos coeficientes, varían en función directa a la ubicación del ducto embebido en la viga de concreto reforzado.

4.5.4.4 Rendimiento del momento de inercia, para cargas mayores que la de trabajo

Otro criterio adicional que valdría la pena realizarlo, es referente a la pérdida del momento de inercia de cada viga de concreto reforzado, para valores superiores a la carga de trabajo.

Para tal efecto, se tiene en cada instante de carga, el valor del momento de inercia, tanto para las vigas de estudio, como para las vigas de control. Por lo que si dividimos ambos valores y lo multiplicamos por cien, obtenemos el rendimiento en cada instante de carga.

En la tabla 4.25 están resumidos los anteriores cálculos, los cuales fueron necesarios para graficar el rendimiento de cada viga, en función de la carga aplicada (figuras 4.58 y 4.59).

La gráfica de la figura 4.58 muestra los casos más favorables, es decir, aquellas vigas que arrojaron los rendimientos más altos, mientras que la figura 4.59 se muestran las vigas que tuvieron los rendimientos más bajos.

Como puede observarse, para ambas gráficas, se efectuaron regresiones lineales para cada viga de estudio.

Tabla 4.25
Rendimiento de cada viga de estudio, en función del momento de inercia, en cada instante de carga

P _T kN	Momento de inercia medida para instante de carga P _T , 10 ⁻⁸ [m ⁴]										Rendimiento de la viga para cada instante de carga P _T , [%]									
	viga 1	viga 2	viga 3	viga 4	viga 8	viga 9	viga 5	viga 6	viga 7	viga 10	viga 1	viga 2	viga 3	viga 4	viga 8	viga 9	viga 5	viga 6	viga 7	viga 10
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)	(21)
75	120067	130739	56285	55202	87810	96144	82622	75181	66520	64526	100,0	100,0	46,9	42,2	73,1	80,1	68,8	57,5	50,9	53,7
80	118405	128071	53250	52340	89114	94665	82094	72556	64980	64771	100,0	100,0	45,0	40,9	75,3	80,0	69,3	56,7	50,7	54,7
85	119066	121231	53332	52052	90545	89559	77651	71951	61877	65378	100,0	100,0	44,8	42,9	76,0	75,2	65,2	59,4	51,0	54,9
90	110311	119660	51031	49994	91377	87625	72494	69965	60389	63508	100,0	100,0	46,3	41,8	82,8	79,4	65,7	58,5	50,5	57,6
95	109590	112764	50013	48095	91452	84965	69769	70956	61088	62453	100,0	100,0	45,6	42,7	83,4	77,5	63,7	62,9	54,2	57,0
100	110484	110464	47842	46961	89421	84522	70010	66828	61731	59624	100,0	100,0	43,3	42,5	80,9	76,5	63,4	60,5	55,9	54,0
105	109821	109821	46192	46459	88800	80761	69607	67791	61849	60723	100,0	100,0	42,1	42,3	80,9	73,5	63,4	61,7	56,3	55,3
110	109225	107860	44551	45514	87345	79818	65398	66510	58137	61757	100,0	100,0	40,8	42,2	80,0	73,1	59,9	61,7	53,9	56,5
115	103929	106129	44685	45143	85564	79687	66267	65873	57999	60172	100,0	100,0	43,0	42,5	82,3	76,7	63,8	62,1	54,6	57,9
120	103442	105767	45028	46159	85374	76915	66097	65300	57873	58789	100,0	100,0	43,5	43,6	82,5	74,4	63,9	61,7	54,7	56,8
125	103652	103215	45869	46675	84025	78807	66884	65226	56406	57640	100,0	100,0	44,3	45,2	81,1	76,0	64,5	63,2	54,6	55,6
130	101977	101977	46763	47162	82413	77511	67161	64311	57322	56174	100,0	100,0	45,9	46,2	80,8	76,0	65,9	63,1	56,2	55,1
135	99904	99904	47621	47842	81475	75585	66097	63487	55706	56432	100,0	100,0	47,7	47,9	81,6	75,7	66,2	63,5	55,8	56,5
140	100753	99837	48273	48712	80863	75192	65547	64251	57158	57584	100,0	100,0	47,9	48,8	80,3	74,6	65,1	64,4	57,3	57,2
145	98907	100658	49025	49330	78516	73867	64272	63487	56796	57193	100,0	100,0	49,6	49,0	79,4	74,7	65,0	63,1	56,4	57,8
150	98878	99716	49069	49279	77664	73370	64209	62789	56572	58565	100,0	100,0	49,6	49,4	78,5	74,2	64,9	63,0	56,7	59,2
155	96498	97270	48036	47842	76058	72815	62763	63830	56954	57873	100,0	100,0	49,8	49,2	78,8	75,5	65,0	65,6	58,6	60,0
160	94368	95809	47288	47288	76088	73138	62752	64155	57693	57777	100,0	100,0	50,1	49,4	80,6	77,5	66,5	67,0	60,2	61,2
165	95170	95875	46606	46265	76575	71565	62742	64134	58137	56155	100,0	100,0	49,0	48,3	80,5	75,2	65,9	66,9	60,6	59,0
170	93911	95938	45341	45184	74838	71302	61640	63487	57283	56118	100,0	100,0	48,3	47,1	79,7	75,9	65,6	66,2	59,7	59,8
175	93385	95331	44065	44357	72096	70733	61546	63487	55117	56084	100,0	100,0	47,2	46,5	77,2	75,7	65,9	66,6	57,8	60,1

Tabla 4.25 (Continuación)

P _T kN	Momento de inercia medida para instante de carga P _T , 10 ⁻⁸ [m ⁴]										Rendimiento de la viga para cada instante de carga P _T , [%]									
	viga 1	viga 2	viga 3	viga 4	viga 8	viga 9	viga 5	viga 6	viga 7	viga 10	viga 1	viga 2	viga 3	viga 4	viga 8	viga 9	viga 5	viga 6	viga 7	viga 10
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)	(21)
180	93509	94764	44021	42658	71480	70281	61290	62904	55337	54722	100,0	100,0	47,1	45,0	76,4	75,2	65,5	66,4	58,4	58,5
185	94234	94850	43573	42146	71261	69490	61320	62363	55117	53899	100,0	100,0	46,2	44,4	75,6	73,7	65,1	65,7	58,1	57,2
190	93738	93974	42776	41673	69702	70038	62153	61334	54583	53966	100,0	100,0	45,6	44,3	74,4	74,7	66,3	65,3	58,1	57,6
195	92148	92706	42770	41234	69873	68750	62693	61388	53739	52812	100,0	100,0	46,4	44,5	75,8	74,6	68,0	66,2	58,0	57,3
200	92286	91747	42645	41715	68785	68282	63216	60947	54150	53599	100,0	100,0	46,2	45,5	74,5	74,0	68,5	66,4	59,0	58,1
205	91369	91891	42297	42526	68965	68479	62425	60628	54434	54184	100,0	100,0	46,3	46,3	75,5	74,9	68,3	66,0	59,2	59,3
210	91517	90512	42639	43096	68844	68291	61934	61063	54930	55165	100,0	100,0	46,6	47,6	75,2	74,6	67,7	67,5	60,7	60,3
215	91263	91164	42747	43424	69014	68601	60096	61209	54934	53866	100,0	100,0	46,8	47,6	75,6	75,2	65,8	67,1	60,3	59,0
220	90829	91310	42634	43741	68341	68539	59928	61394	52395	53380	100,0	100,0	46,9	47,9	75,2	75,5	66,0	67,2	57,4	58,8
225	91450	90512	42950	44049	68513	67783	60196	61175	52772	53745	100,0	100,0	47,0	48,7	74,9	74,1	65,8	67,6	58,3	58,8
230	89317	90210	43046	44014	68413	68651	59659	61353	52353	52807	100,0	100,0	48,2	48,8	76,6	76,9	66,8	68,0	58,0	59,1
235	89054	90350	42932	44198	68577	68208	59877	60280	51958	51940	100,0	100,0	48,2	48,9	77,0	76,6	67,2	66,7	57,5	58,3
240	89650	90079	42924	43534	69249	68117	59928	60543	52138	51708	100,0	100,0	47,9	48,3	77,2	76,0	66,8	67,2	57,9	57,7
245	89389	90228	43113	42915	69138	68030	59588	59367	51852	51347	100,0	100,0	48,2	47,6	77,3	76,1	66,7	65,8	57,5	57,4
250	89140	90373	42716	42621	68785	67946	59453	59630	51997	51552	100,0	100,0	47,9	47,2	77,2	76,2	66,7	66,0	57,5	57,8

(12): Columna (2) *100 / Columna (2)

(13): Columna (3) *100 / Columna (3)

(14): Columna (4) *100 / Columna (2)

(15): Columna (5) *100 / Columna (3)

(16): Columna (6) *100 / Columna (2)

(17): Columna (7) *100 / Columna (3)

(18): Columna (8) *100 / Columna (2)

(19): Columna (9) *100 / Columna (3)

(20): Columna (10) *100 / Columna (3)

(21): Columna (11) *100 / Columna (2)

Figura 4.58

Rendimientos máximos del momento de inercia, para cada caso de estudio, para cargas superiores a la carga de trabajo

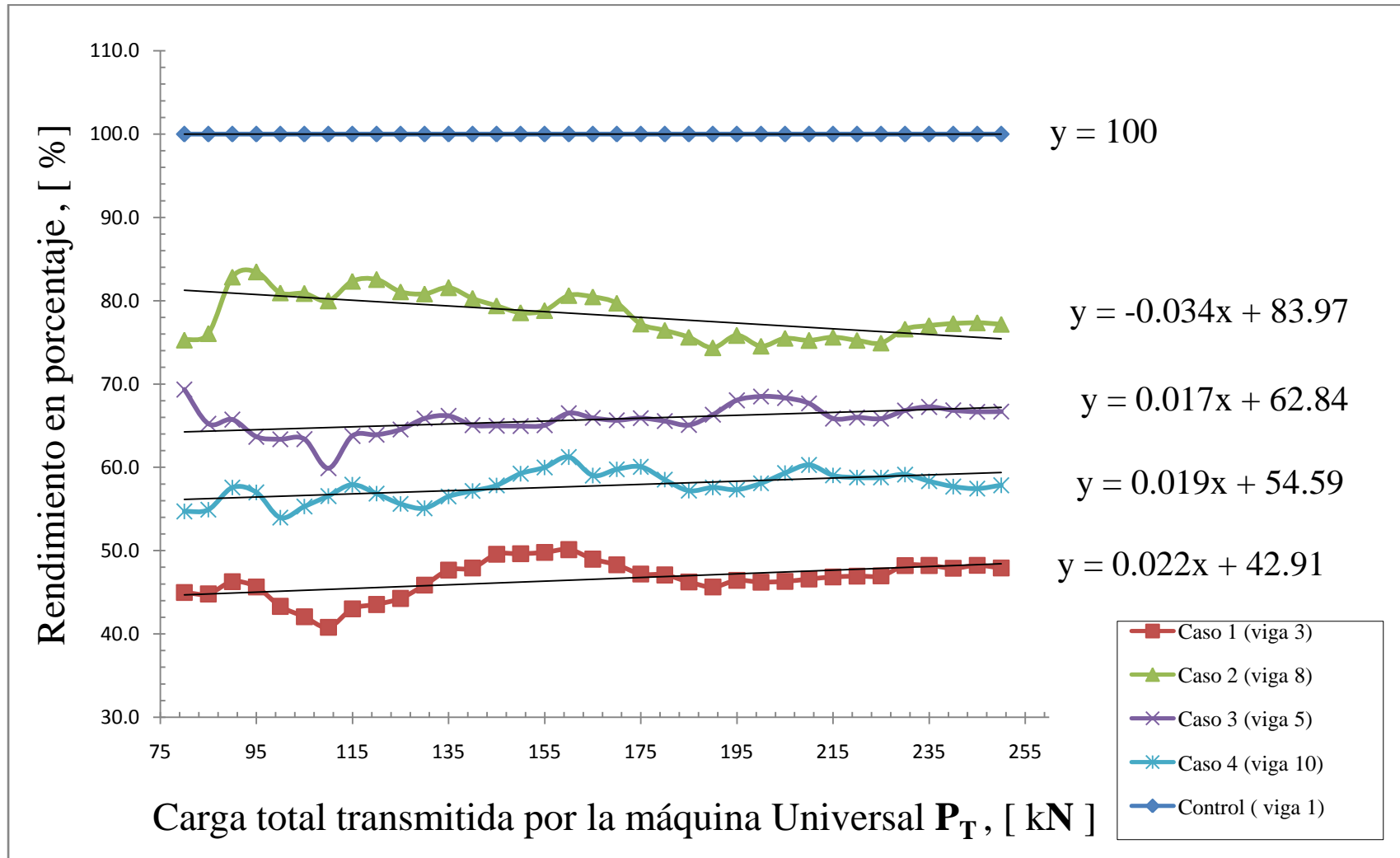
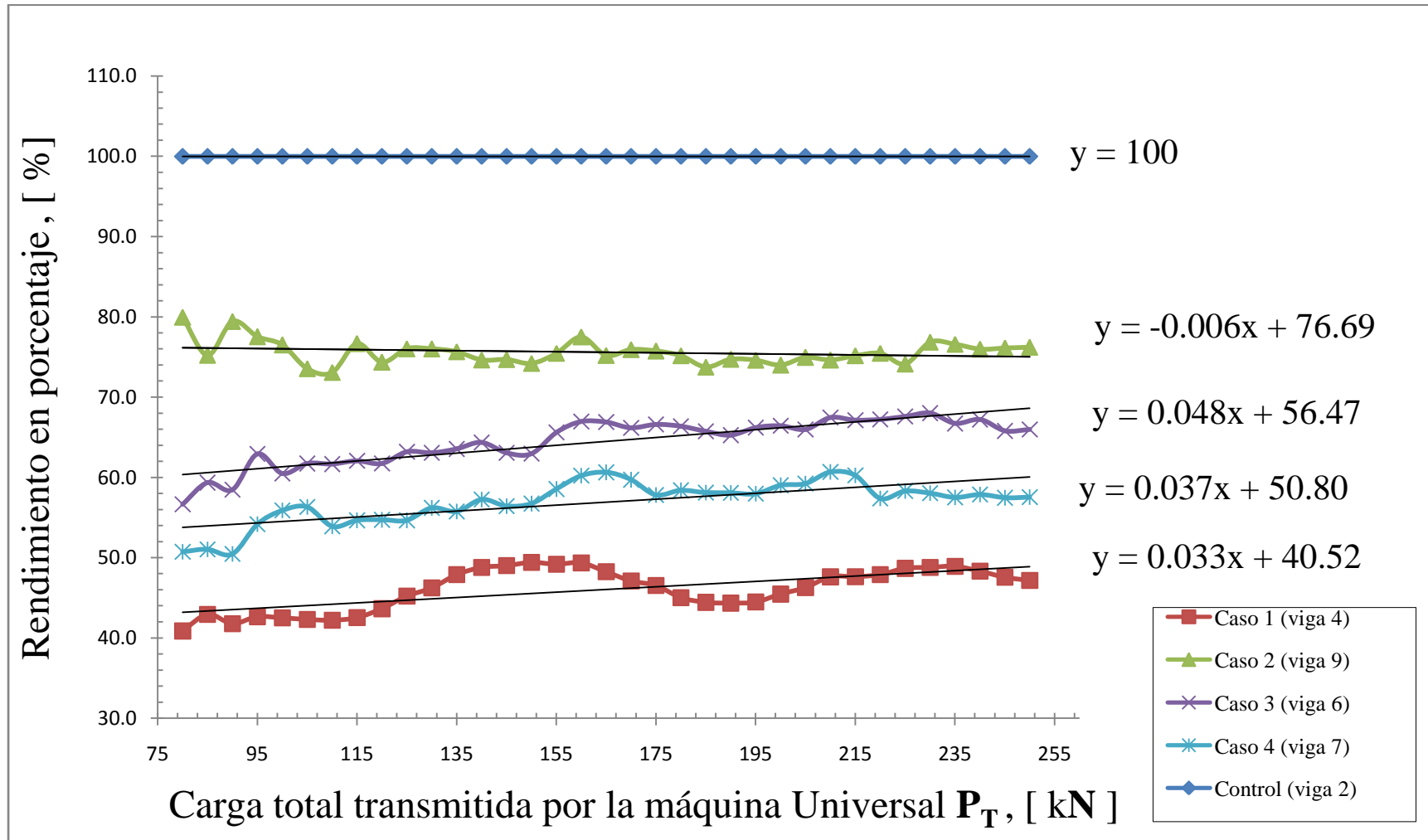


Figura 4.59

Rendimientos mínimos del momento de inercia, de cada caso de estudio, para cargas superiores a la carga de trabajo



4.5.5. Análisis del desempeño de cada viga de estudio, para cargas mayores a la de trabajo

Al diseñar una viga de concreto reforzado, para cierta solicitación, cabe preguntarnos que porcentaje adicional de la carga de trabajo, será posible añadirle, de tal forma que la viga siga cumpliendo los requisitos de servicialidad exigidos por el reglamento de la NSR-10. Tal análisis, exige definir al límite de servicio, el cual adoptaremos, la deflexión máxima admisible exigida por el reglamento.

La NSR-10 en su capítulo C.9.5 [tabla C.9.5(b)] sobre controles de deflexiones, indica que la deflexión máxima admisible calculada, para sistemas de entrepiso que soporte o esté ligado a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes, debe ser igual a $L/480$. Por lo que para la presente investigación, la deflexión máxima admisible sería igual a:

$$\delta_{adm} = \frac{L}{480} = \frac{4\,000}{480} = 8,33\text{ mm}$$

En la tabla 4.26, están tabulados los valores de la carga total “ P_T ”, transmitida por la máquina universal, para cada caso de estudio, inmediatamente antes de que se produzca una deflexión en el centro luz igual a 8,33mm. Es decir, son las cargas máximas admisibles. Nótese que aunque estamos cumpliendo las deflexiones admisibles, no cumplimos el ancho de fisuras. Estas ya se presentaron visualmente, con la carga de trabajo.

Tabla 4.26
Cargas máximas admisibles para cada caso de estudio

Caso de estudio	$P_{T\text{ max }} , [\text{kN}]$ (1)	$P_{T\text{ max }} / P_{T\text{ trabajo}}$ (2)
Control	195	3,25
Caso 1	100	1,67
Caso 2	160	2,67
Caso 3	140	2,33
Caso 4	120	2,00

(1): Es la carga máxima admisible, que sigue cumpliendo las deflexiones admisibles del reglamento de la NSR-10.

(2): Columna (1) / 60

Lo interesante de la tabla 4.26, es el comparar el caso 1 con el caso 4, en donde se advierte que la posición simétrica de los ductos embebidos, produjo un mejor aprovechamiento de la viga, a que si tuviéramos uno solo de ellos. También se puede concluir, que la presencia del ducto embebido, al generar mayores deflexiones, ocasiona un menor aprovechamiento de la viga de concreto reforzado, para cargas mayores a la de trabajo.

4.5.6. Carga de fluencia de las vigas de estudio

En la tabla 4.27, se resume la carga P_T , para cada viga de estudio, a la cual se produjo la fluencia del acero de refuerzo.

Tabla 4.27
Carga de fluencia de las vigas de estudio

Caso de estudio	Viga	Carga de fluencia P_y , [kN]
Control	Viga 1	340
	Viga 2	350
Caso 1	Viga 3	335
	Viga 4	345
Caso 2	Viga 8	340
	Viga 9	345
Caso 3	Viga 5	335
	Viga 6	340
Caso 4	Viga 7	350
	Viga 10	340

Como puede percatarse, la vigas llegaron a fallar a una misma resistencia, y como se verá luego en el patrón de fisuras, se observará que todas ellas llegaron hasta una misma altura.

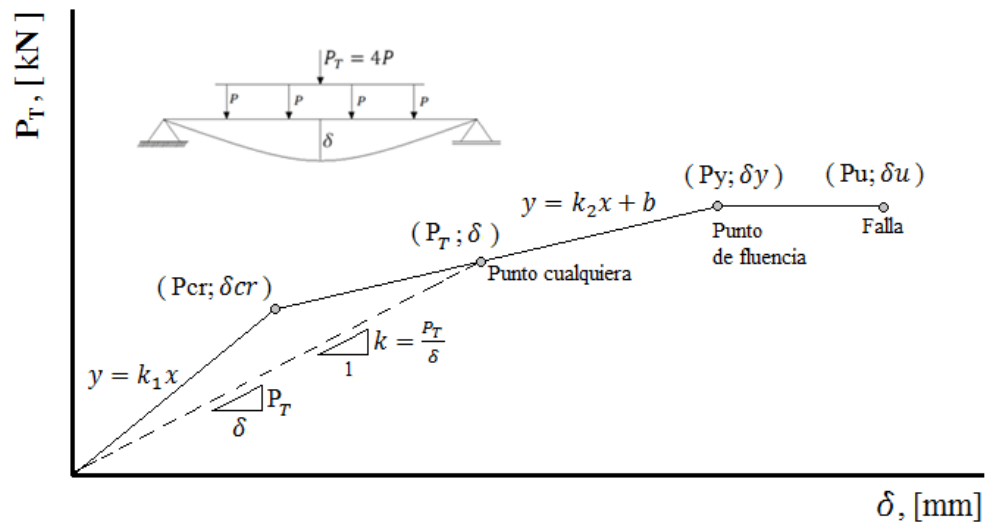
Lo anterior se fundamenta, en el hecho de que el ducto embebido estaba ubicado por debajo del eje de compresiones últimas del concreto, por lo que, por debajo de este eje, el ducto embebido no tenía mayor influencia.

4.5.7. Rigidez de fluencia de las vigas de estudio

Como lo señalamos al inicio del capítulo, en la sección 4.5.5 “Rigidez de las vigas de estudio” de la página 69, se indicaba que la rigidez de la viga de concreto reforzado, estaba definida como la relación entre la carga total P_T , y la deflexión medida en el centro luz, bajo la acción de dicha carga.

Ahora bien, conforme se incrementa el valor de la carga, se produce un esquema P_T & δ como el que se muestra en la figura 4.60. En ella, se observa gráficamente la definición de rigidez “ k ”, representada como la pendiente de la recta que va desde el origen de coordenadas hasta el punto donde se desea calcular la rigidez.

Figura 4.60
Representación del punto de fluencia



Como ya contamos con el valor de la carga de fluencia P_y , será posible determinar la deflexión a la cual se produjo, reemplazando dicho valor en la ecuación $y = k_2x + b$, la cual correspondería con la deflexión de fluencia.

Conociendo la carga y la deflexión (P_y y δ_y), es posible calcular la rigidez de fluencia “ k_y ”, la cual no es otra cosa que la división de los dos anteriores valores. En la tabla 4.28, están resumidos todos los cálculos, para cada viga de estudio.

Tabla 4.28
Cálculo de la deflexión y rigidez de fluencia

Caso	Viga	Carga de fluencia	$y = k_2x + b$		Deflexión de fluencia	Rigidez de fluencia
		$y = P_y$ [kN] (1)	k_2 [kN/mm] (2)	b [kN] (3)	δ_y [mm] (4)	k_y [kN/mm] (5)
Control	Viga 1	340	20,104	28,628	15,49	21,952
	Viga 2	350	20,089	29,819	15,94	21,960
Caso 1	Viga 3	335	9,992	24,204	31,10	10,770
	Viga 4	345	10,058	23,476	31,97	10,792
Caso 2	Viga 8	340	16,098	25,172	19,56	17,385
	Viga 9	345	15,942	23,875	20,14	17,127
Caso 3	Viga 5	335	14,456	20,406	21,76	15,394
	Viga 6	340	14,678	18,135	21,93	15,505
Caso 4	Viga 7	350	12,410	22,181	26,42	13,250
	Viga 10	340	12,380	22,917	25,61	13,275

La tabla 4.29, resume las deflexiones de fluencia, y compara los promedios con el obtenido para la viga de control.

Tabla 4.29
Deflexiones a las cuales se produjo la fluencia

Caso	Viga	Deflexión de fluencia	Promedio de cada caso	Rendimiento de los promedios
		δ_y [mm]	δ_y [mm]	Porcentaje [%]
Control	Viga 1	15,49	15,71	100%
	Viga 2	15,94		
Caso 1	Viga 3	31,10	31,54	201%
	Viga 4	31,97		
Caso 2	Viga 8	19,56	19,85	126%
	Viga 9	20,14		
Caso 3	Viga 5	21,76	21,85	139%
	Viga 6	21,93		
Caso 4	Viga 7	26,42	26,01	166%
	Viga 10	25,61		

El caso 1, resultó ser el caso más desfavorable, obteniendo un rendimiento promedio del 201%, esto significa que cuando se produjo la fluencia del acero de refuerzo, en ese instante, se alcanzó unas deflexiones superiores al doble que las vigas de control.

Para el caso 2, el rendimiento promedio llegó a un 126%, el cual corresponde al rendimiento más óptimo en comparación a los demás casos.

El caso más interesante, es el relativo al caso 4, en el que se obtuvo un rendimiento del 166%, mucho mejor que el caso 1 (201%). Parece ser, que la simetría en la ubicación de los ductos embebidos a ambos lados de la viga, ocasiono que la viga trabaje de una forma más simétrica, en lugar de su contraparte del caso 1, en el cual el ducto embebido terminó afectando seriamente la deflexión de la viga.

Los anteriores resultados, hacen ver que la fuerza de corte y los momentos flectores elevados, contribuyen a que el ducto embebido en estas regiones, promueva mayores deflexiones en el instante en que se llega a la fluencia, donde la fuerza de corte tiene un efecto mucho mayor, del orden de un 62% ($201 - 139 = 62$) más que el efecto del momento flector.

En base a la tabla 4.28, podemos confeccionar la tabla 4.30, en la cual se realiza el cálculo de los rendimientos de la rigidez de fluencia, para cada caso (columna 5 de la tabla 4.28).

Tabla 4.30
Cálculo de los rendimientos de los casos de estudio,
en función de la rigidez de fluencia

Caso de estudio	Valor de la rigidez de fluencia k_y , [kN/mm]			Rendimientos		
	$k_{y_{max}}$ (1)	$k_{y_{min}}$ (2)	$k_{y_{promedio}}$ (3)	Mínimo (4)	Máximo (5)	Promedio (6)
control	21,960	21,952	21,956	100%	100%	100%
caso 1	10,792	10,770	10,781	49%	49%	49%
caso 2	17,385	17,127	17,256	78%	79%	79%
caso 3	15,505	15,394	15,449	70%	71%	70%
caso 4	13,275	13,250	13,262	60%	60%	60%

(1): Representa el mayor valor (ver columna 5 de la tabla 4.28) entre las dos vigas pertenecientes a un mismo caso de estudio.

(2): Representa el menor valor (ver columna 5 de la tabla 4.28) entre las dos vigas pertenecientes a un mismo caso de estudio.

$$(3): k_{y_{promedio}} = \frac{k_{y_{min}} + k_{y_{max}}}{2}$$

$$(4): \text{Rendimiento (mínimo)} = \frac{k_{y_{min}} \text{ (de cada caso de estudio)}}{k_{y_{max}} \text{ (de la viga de control)}} \cdot 100$$

$$(5): \text{Rendimiento (máximo)} = \frac{k_{y_{max}} \text{ (de cada caso de estudio)}}{k_{y_{min}} \text{ (de la viga de control)}} \cdot 100$$

$$(6): \text{Rendimiento (promedio)} = \frac{\text{Rendimiento (mínimo)} + \text{Rendimiento (máximo)}}{2}$$

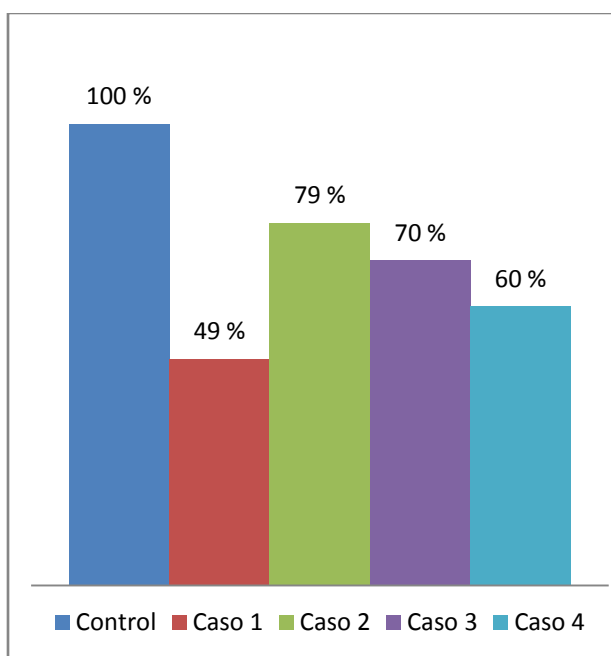
La figura 4.61, visualiza en un diagrama de barras, los rendimientos promedios de la columna 6 de la tabla 4.30, la cual demuestra en forma concluyente que la presencia del ducto embebido, en todos los casos, logró disminuir la rigidez de fluencia, e incluso como ocurrió en el caso 1, produjo una pérdida de hasta un 49%.

El caso 1, resultó ser el caso más desfavorable, obteniendo un rendimiento promedio del 49%, situación para la cual, el ducto embebido estaba localizado en una zona de la viga, donde predominaba la fuerza de corte (cerca del apoyo).

Para el caso 2, el rendimiento promedio llegó a un 79%, el cual fue el rendimiento más alto obtenido de todos los casos de estudio, situación para la cual el ducto embebido estaba localizado en una zona para la cual existía una combinación de fuerzas internas, de momento flector y fuerza de corte, relativamente bajas.

A pesar que el caso 2, dio el mejor rendimiento, no necesariamente significa que el comportamiento de la viga de concreto reforzado fue el más adecuado, ya que las pérdidas fueron del orden del 21% ($100 - 79 = 21$) en comparación con la viga de control.

Figura 4.61
Rendimientos de los casos de estudio,
en función de la rigidez de fluencia



El caso 3, caso para el cual el ducto embebido estaba localizado en una zona de flexión pura, se advierte que el rendimiento promedio llegó a un 70%, asiendo notar que los momentos flectores elevados, contribuyen a que la presencia del ducto embebido, tenga un efecto mucho mayor, en la disminución de la rigidez de la viga.

El caso más interesante, es el relativo al caso 4, en el que se obtuvo un rendimiento del 60%, mucho mayor que el caso 1 (49%). Parece ser, que la simetría en la ubicación de los ductos embebidos a ambos lados de la viga, ocasiono que la viga trabaje de una forma más simétrica, en lugar de su contraparte del caso 1, en el cual el ducto embebido terminó afectando seriamente el valor de la rigidez de fluencia.

Los anteriores resultados, permiten concluir que la fuerza de corte y los momentos flectores elevados, contribuyen a que el ducto embebido en estas regiones, haga disminuir notoriamente la rigidez de fluencia del elemento estructural, donde la fuerza de corte tiene un efecto mucho mayor, del orden de un 21 % ($70 - 49 = 21$) más que el efecto del momento flector.

4.5.8. Elástica de las vigas, para cada instante de carga

Como lo indicamos al inicio del capítulo, en el punto 4.3. “Montaje y descripción del ensayo” (pág. 43). Se utilizaron tres deformímetros mecánicos, separados a igual distancia, a lo largo de la viga de cuatro metros de luz libre, tal como lo muestra la figura 4.62.

Para cada viga, se iba registrando las lecturas de los tres deformímetros, en cada incremento de carga, de esta forma se lograba recopilar toda la información en una libreta de campo.

Ahora bien, como conocemos el valor de las tres deformaciones y la posición en donde se produjeron, será posible generar una función que interpole a los tres puntos, y que tenga como condiciones de borde, deflexiones cero en los apoyos A y B.

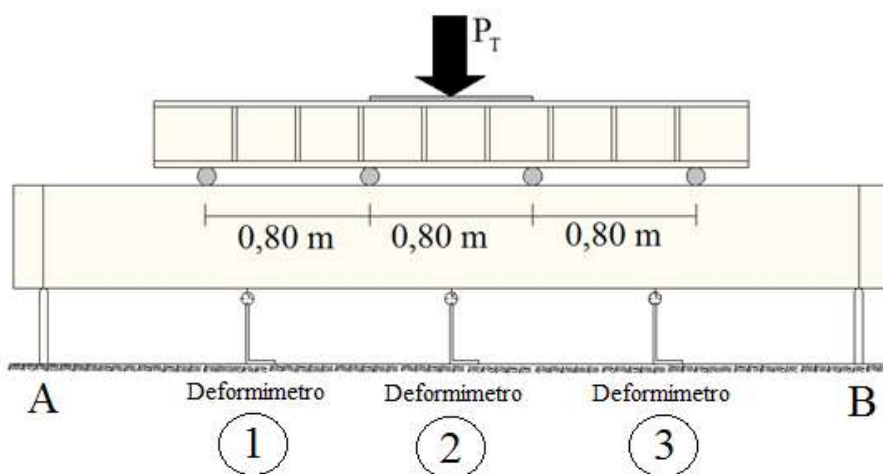


Figura 4.62

Montaje de los deformímetros mecánicos

De esta manera se puede trazar un bosquejo de la elástica de la viga, es decir, realizar una aproximación razonable, a la deformada de la viga, para cada instante de carga.

En las figuras 4.63 a 4.72 se observan las elásticas de las respectivas vigas, para cada instante de carga, acompañadas de las lecturas de los deformímetros 1, 2 y 3.

Figura 4.63
Elástica y lectura de los deformímetros, para la viga 1, del caso de control

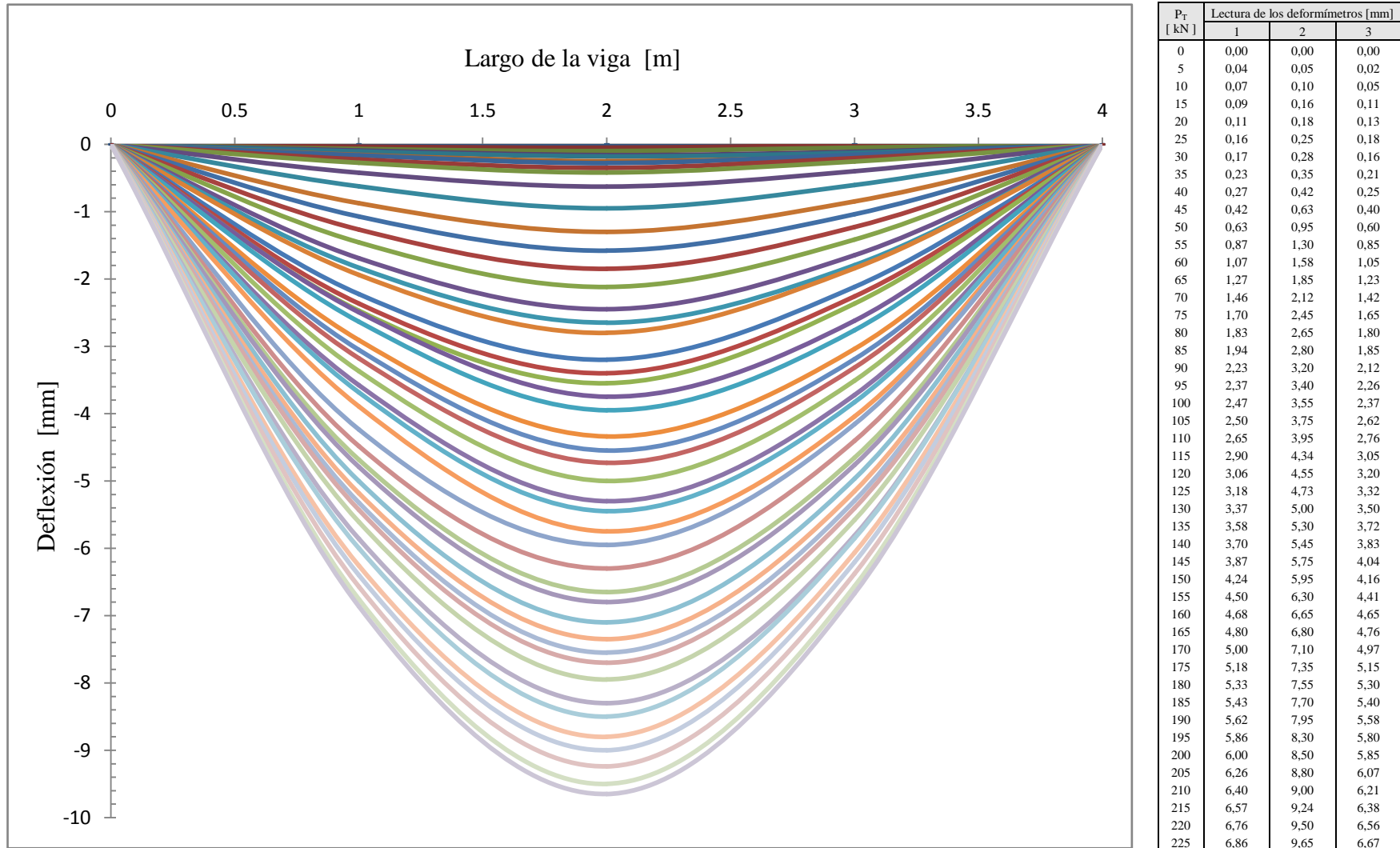


Figura 4.64
Elástica y lectura de los deformímetros, para la viga 2, del caso de control

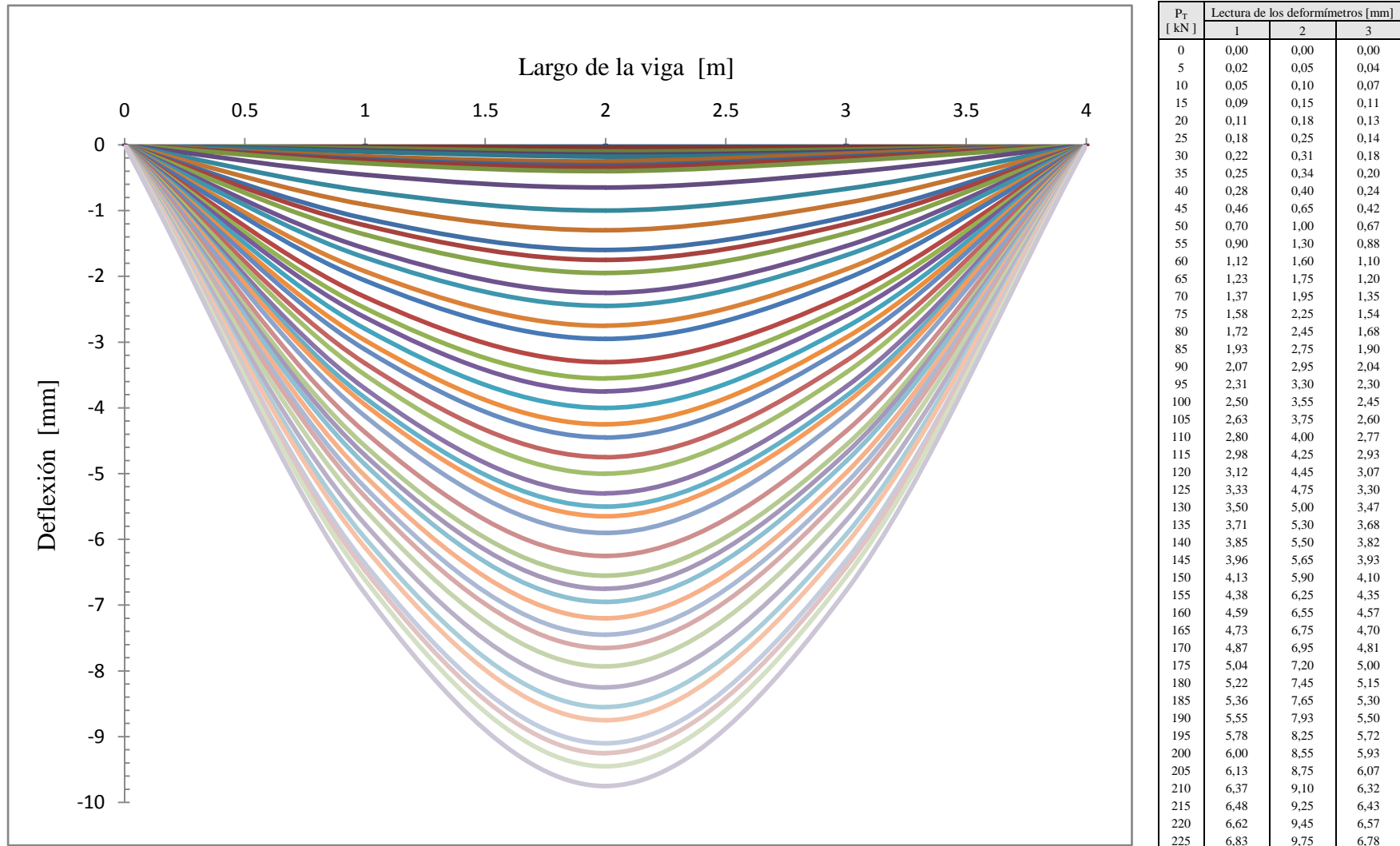
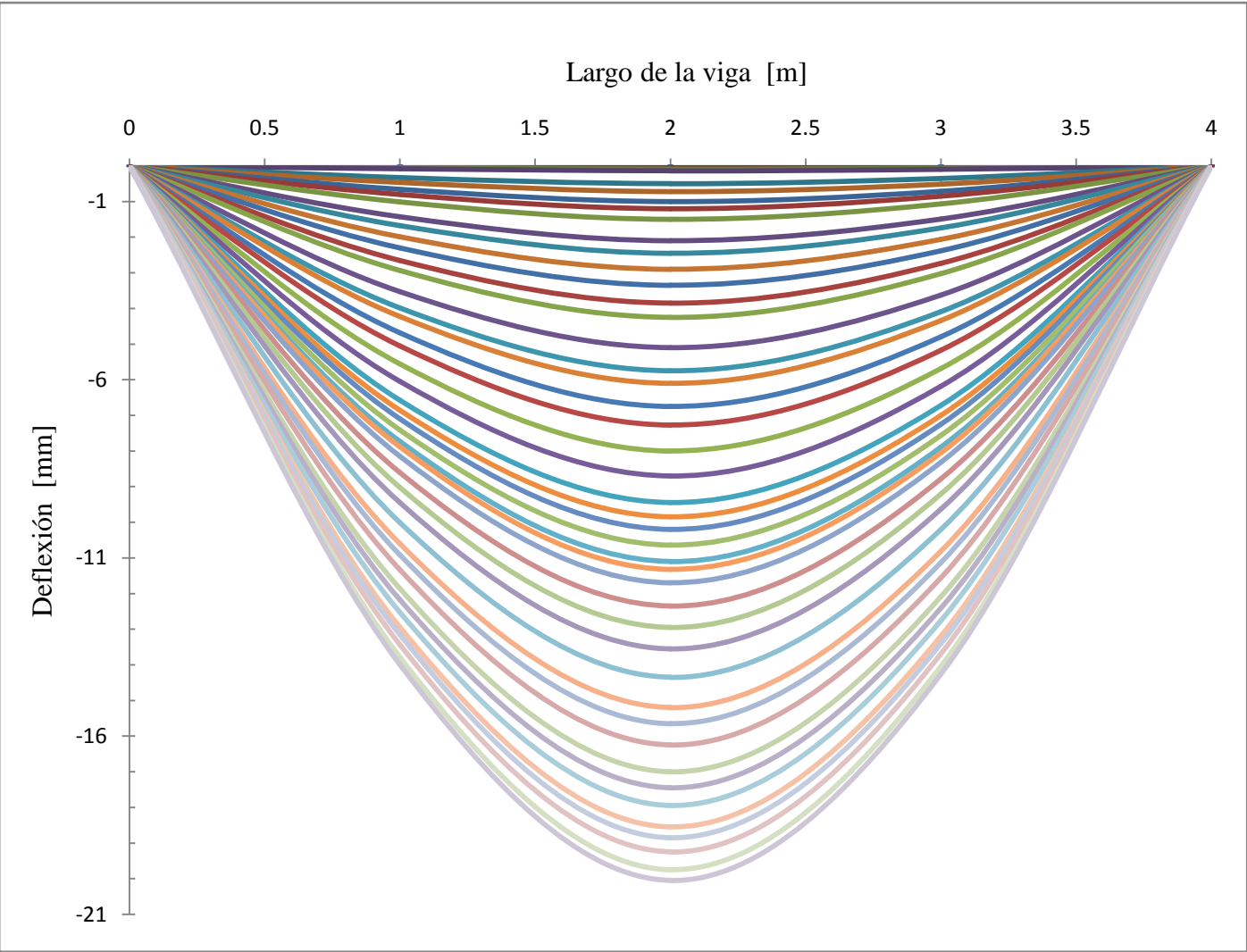
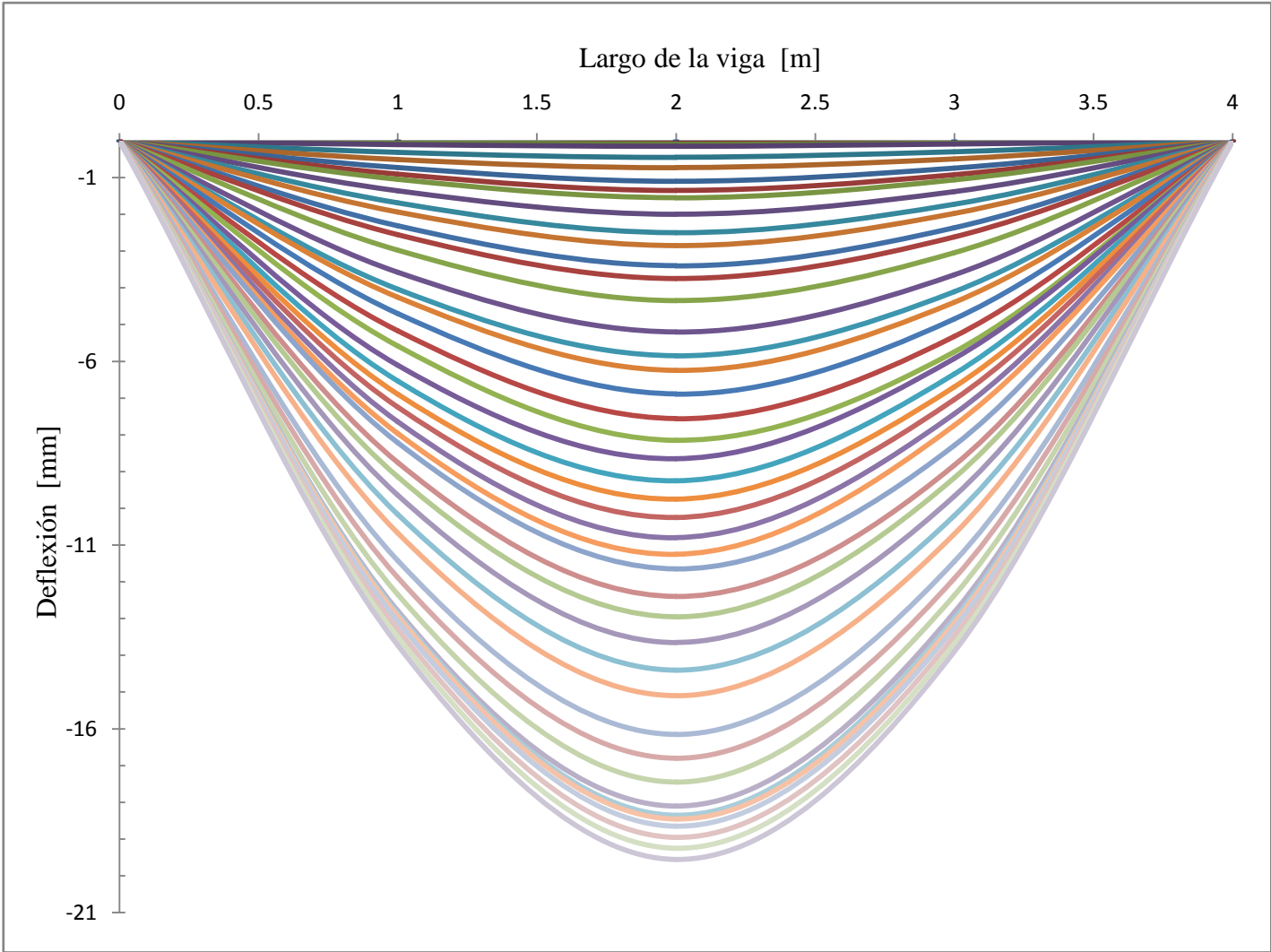


Figura 4.65
Elástica y lectura de los deformímetros, para la viga 3, del caso 1



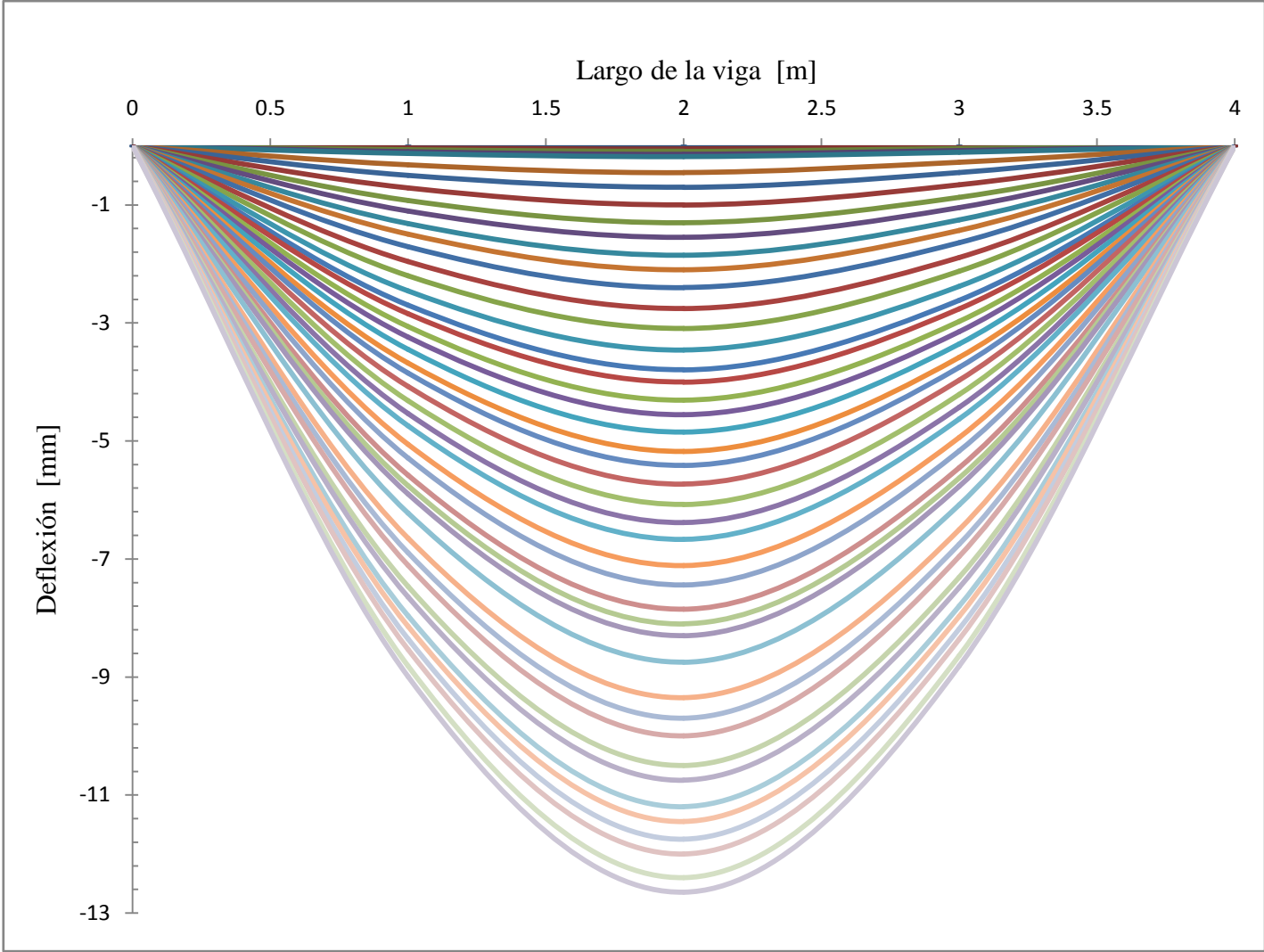
P _T [kN]	Lectura de los deformímetros [mm]		
	1	2	3
0	0,00	0,00	0,00
5	0,02	0,05	0,04
10	0,04	0,09	0,06
15	0,08	0,14	0,10
20	0,33	0,50	0,36
25	0,46	0,72	0,51
30	0,66	1,00	0,71
35	0,80	1,20	0,85
40	1,00	1,50	1,07
45	1,43	2,10	1,50
50	1,68	2,45	1,74
55	2,00	2,90	2,06
60	2,31	3,35	2,38
65	2,66	3,85	2,74
70	2,94	4,25	3,02
75	3,53	5,10	3,63
80	4,00	5,75	4,09
85	4,23	6,10	4,34
90	4,70	6,75	4,80
95	5,05	7,27	5,17
100	5,56	8,00	5,70
105	6,05	8,70	6,20
110	6,58	9,45	6,72
115	6,86	9,85	7,00
120	7,10	10,20	7,25
125	7,26	10,43	7,42
130	7,41	10,64	7,57
135	7,56	10,85	7,71
140	7,73	11,10	7,90
145	7,88	11,32	8,05
150	8,15	11,70	8,32
155	8,61	12,35	8,78
160	9,03	12,95	9,21
165	9,45	13,55	9,63
170	10,00	14,35	10,20
175	10,60	15,20	10,81
180	10,92	15,65	11,13
185	11,34	16,25	11,55
190	11,86	17,00	12,09
195	12,18	17,45	12,41
200	12,53	17,95	12,76
205	12,95	18,55	13,19
210	13,16	18,85	13,40
215	13,44	19,25	13,70
220	13,80	19,75	14,04
225	14,00	20,05	14,26

Figura 4.66
Elástica y lectura de los deformímetros, para la viga 4, del caso 1



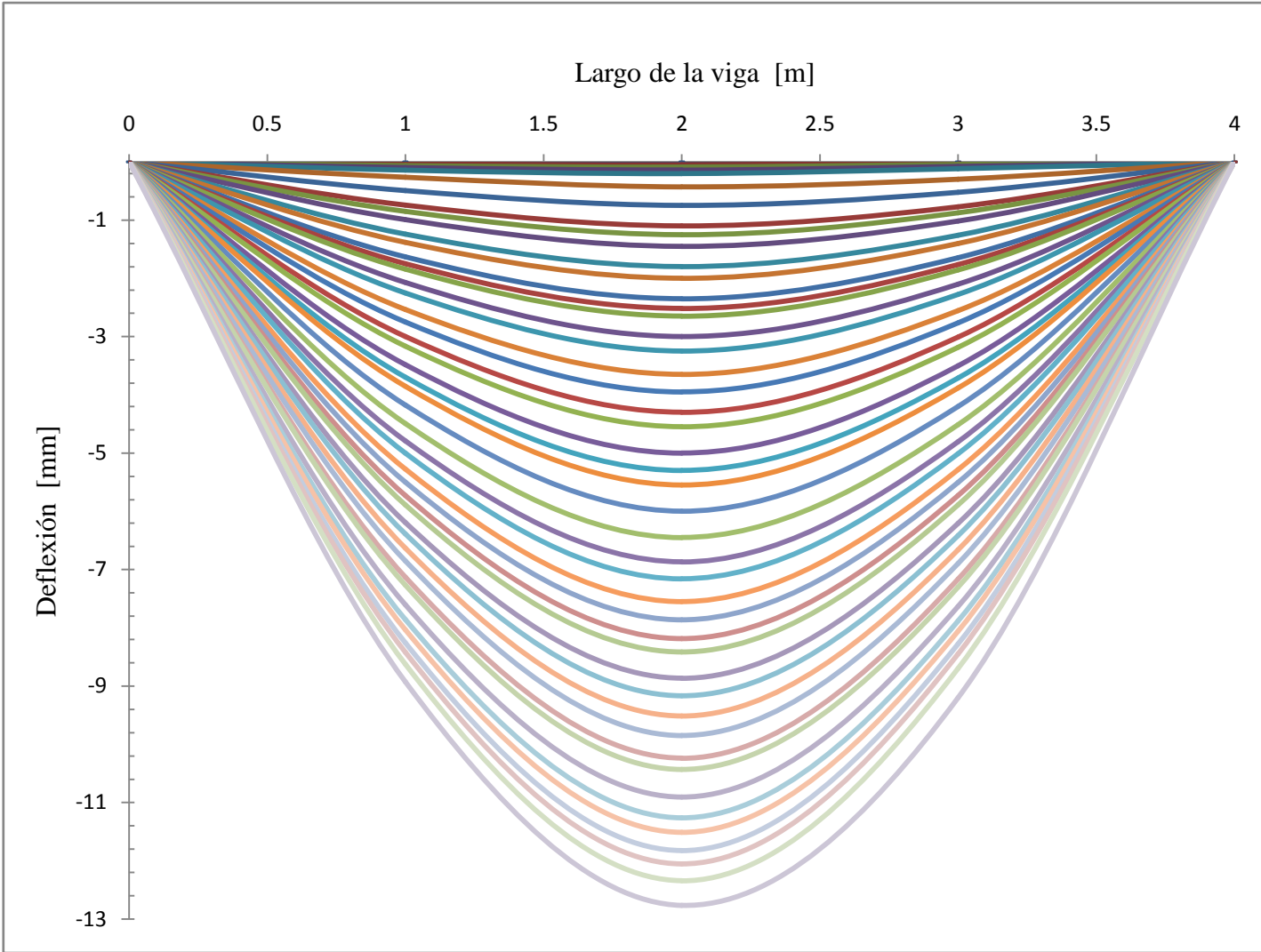
P _T [kN]	Lectura de los deformímetros [mm]		
	1	2	3
0	0,00	0,00	0,00
5	0,02	0,05	0,04
10	0,04	0,09	0,06
15	0,11	0,15	0,09
20	0,32	0,45	0,30
25	0,51	0,73	0,49
30	0,73	1,10	0,74
35	0,91	1,35	0,93
40	1,05	1,55	1,07
45	1,36	2,00	1,38
50	1,70	2,50	1,73
55	1,94	2,85	1,98
60	2,31	3,40	2,37
65	2,56	3,75	2,62
70	2,98	4,35	3,04
75	3,57	5,20	3,65
80	4,04	5,85	4,11
85	4,26	6,25	4,39
90	4,70	6,89	4,85
95	5,17	7,56	5,33
100	5,60	8,15	5,74
105	6,11	8,65	5,93
110	6,54	9,25	6,35
115	6,90	9,75	6,70
120	7,03	9,95	6,84
125	7,25	10,25	7,05
130	7,46	10,55	7,26
135	7,64	10,80	7,43
140	7,78	11,00	7,57
145	7,96	11,25	7,75
150	8,21	11,65	8,30
155	8,75	12,40	8,83
160	9,14	12,95	9,17
165	9,64	13,65	9,67
170	10,16	14,40	10,20
175	10,67	15,10	10,70
180	11,42	16,15	11,45
185	11,88	16,80	11,90
190	12,34	17,45	12,37
195	12,80	18,10	12,84
200	12,87	18,35	13,02
205	12,95	18,45	13,12
210	13,08	18,65	13,27
215	13,30	18,95	13,48
220	13,51	19,25	13,70
225	13,72	19,55	13,90

Figura 4.67
Elástica y lectura de los deformímetros, para la viga 8, del caso 2



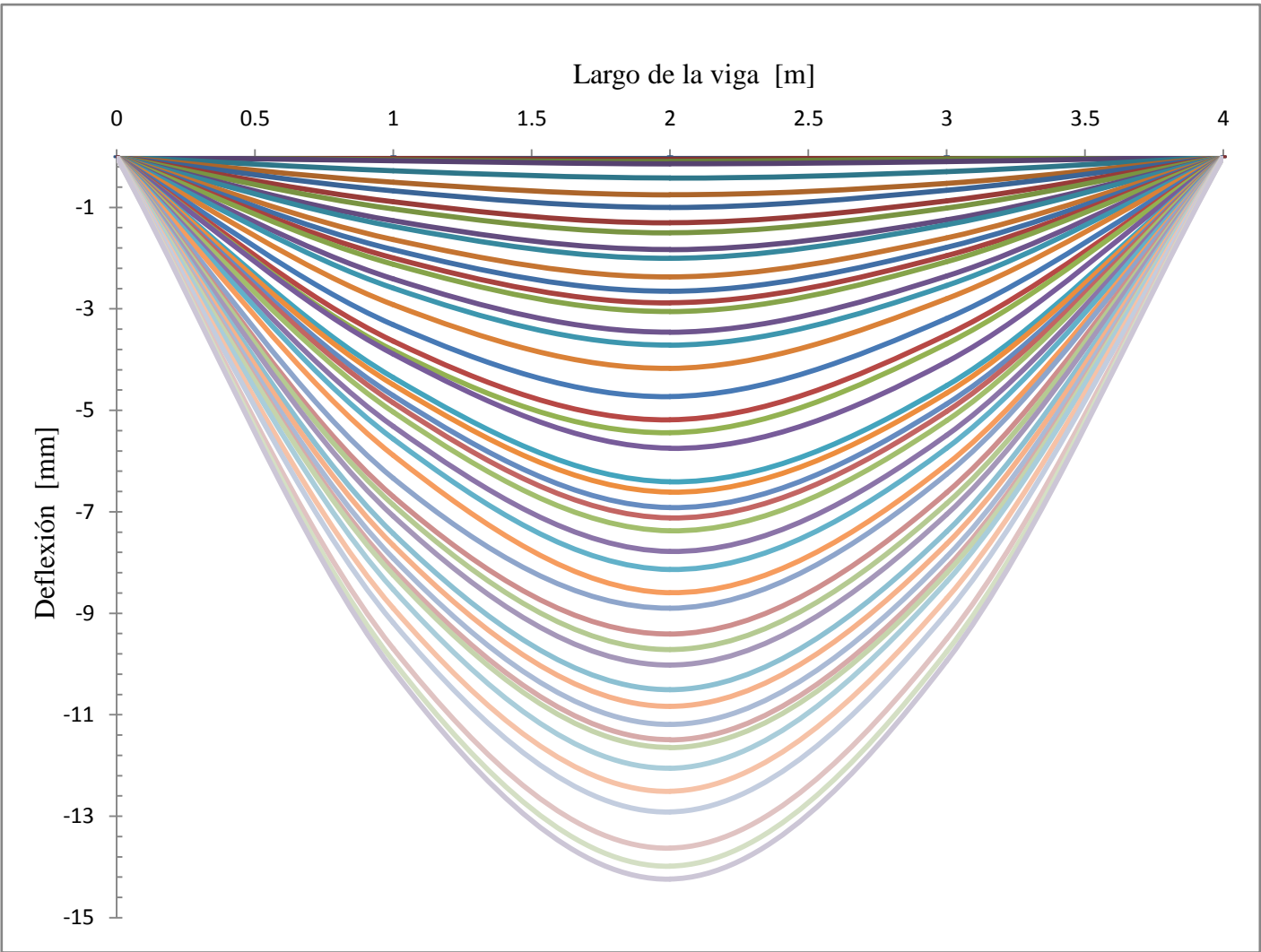
P _T [kN]	Lectura de los deformímetros [mm]		
	1	2	3
0	0,00	0,00	0,00
5	0,04	0,05	0,02
10	0,06	0,09	0,04
15	0,10	0,14	0,08
20	0,13	0,18	0,11
25	0,32	0,45	0,28
30	0,50	0,70	0,45
35	0,71	1,00	0,66
40	0,92	1,30	0,87
45	1,10	1,55	1,05
50	1,32	1,85	1,26
55	1,50	2,10	1,43
60	1,71	2,40	1,64
65	1,96	2,76	1,90
70	2,20	3,09	2,12
75	2,34	3,29	2,26
80	2,46	3,46	2,38
85	2,57	3,62	2,50
90	2,70	3,79	2,62
95	2,84	4,00	2,76
100	3,06	4,31	2,97
105	3,24	4,55	3,15
110	3,45	4,85	3,36
115	3,68	5,18	3,58
120	3,85	5,41	3,75
125	4,07	5,73	3,97
130	4,32	6,08	4,21
135	4,54	6,38	4,43
140	4,74	6,67	4,63
145	5,06	7,11	4,94
150	5,29	7,44	5,17
155	5,58	7,85	5,46
160	5,76	8,10	5,63
165	5,90	8,30	5,77
170	6,22	8,75	6,10
175	6,65	9,35	6,51
180	6,90	9,70	6,75
185	7,11	10,00	6,96
190	7,47	10,50	7,31
195	7,64	10,75	7,49
200	7,96	11,20	7,80
205	8,14	11,45	7,98
210	8,35	11,75	8,19
215	8,53	12,00	8,36
220	8,82	12,40	8,64
225	9,00	12,65	8,82

Figura 4.68
Elástica y lectura de los deformímetros, para la viga 9, del caso 2



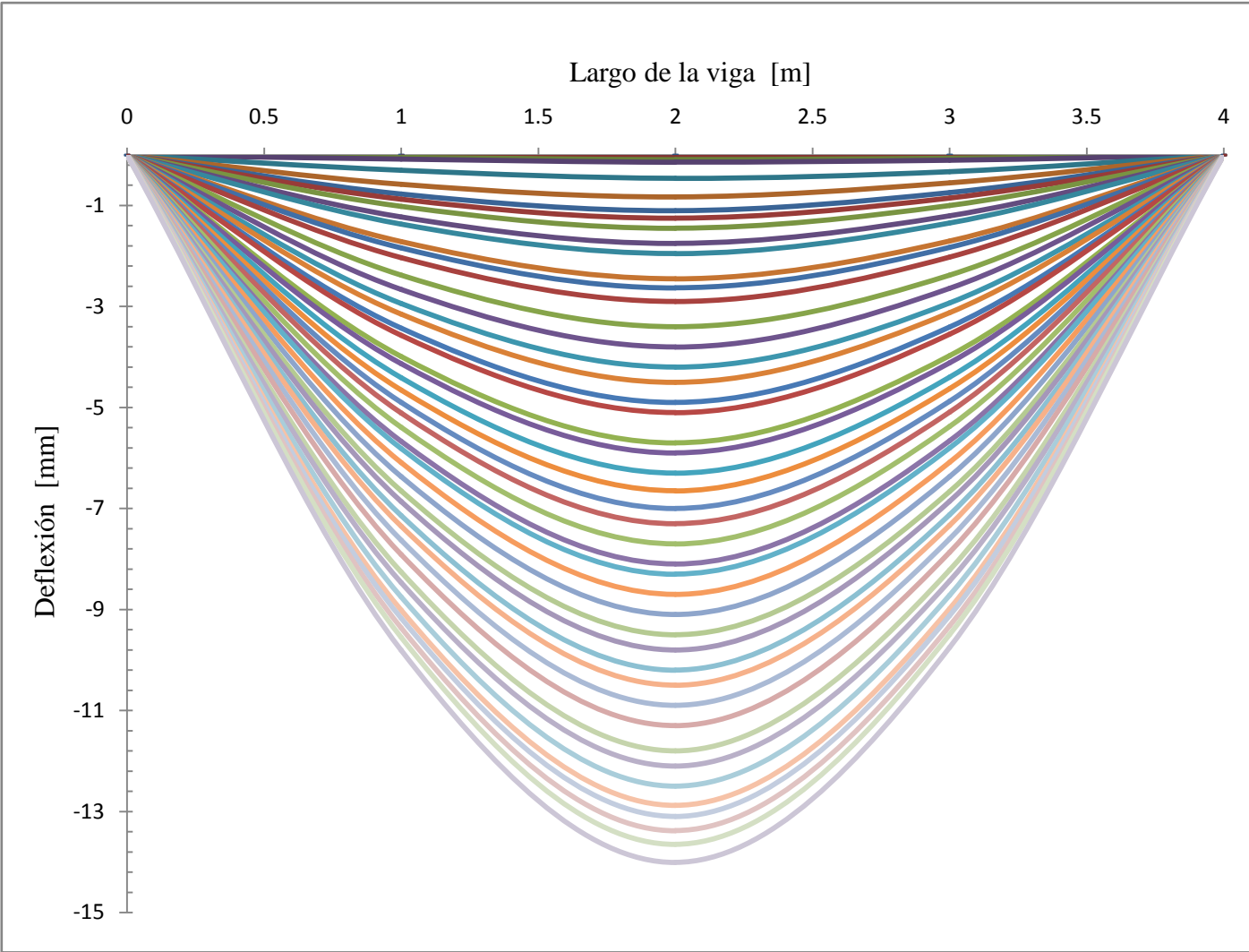
P _T [kN]	Lectura de los deformímetros [mm]		
	1	2	3
0	0,00	0,00	0,00
5	0,04	0,05	0,02
10	0,06	0,09	0,04
15	0,10	0,14	0,08
20	0,14	0,20	0,12
25	0,27	0,43	0,30
30	0,50	0,75	0,53
35	0,74	1,10	0,77
40	0,85	1,25	0,88
45	1,00	1,45	1,02
50	1,24	1,80	1,26
55	1,38	2,00	1,40
60	1,63	2,35	1,65
65	1,75	2,52	1,76
70	1,84	2,65	1,86
75	2,07	3,00	2,10
80	2,25	3,25	2,28
85	2,54	3,65	2,56
90	2,75	3,95	2,77
95	3,00	4,30	3,01
100	3,17	4,55	3,19
105	3,50	5,00	3,50
110	3,70	5,30	3,71
115	3,86	5,55	3,90
120	4,18	6,00	4,20
125	4,25	6,10	4,27
130	4,50	6,45	4,52
135	4,75	6,87	4,80
140	5,00	7,16	5,05
145	5,28	7,55	5,30
150	5,50	7,86	5,55
155	5,73	8,19	5,77
160	5,87	8,41	5,90
165	6,17	8,87	6,21
170	6,40	9,17	6,42
175	6,64	9,51	6,66
180	6,85	9,85	6,90
185	7,13	10,24	7,17
190	7,27	10,43	7,30
195	7,61	10,91	7,65
200	7,86	11,26	7,90
205	8,04	11,51	8,06
210	8,26	11,83	8,28
215	8,42	12,05	8,45
220	8,63	12,34	8,70
225	8,93	12,77	9,20

Figura 4.69
Elástica y lectura de los deformímetros, para la viga 5, del caso 3



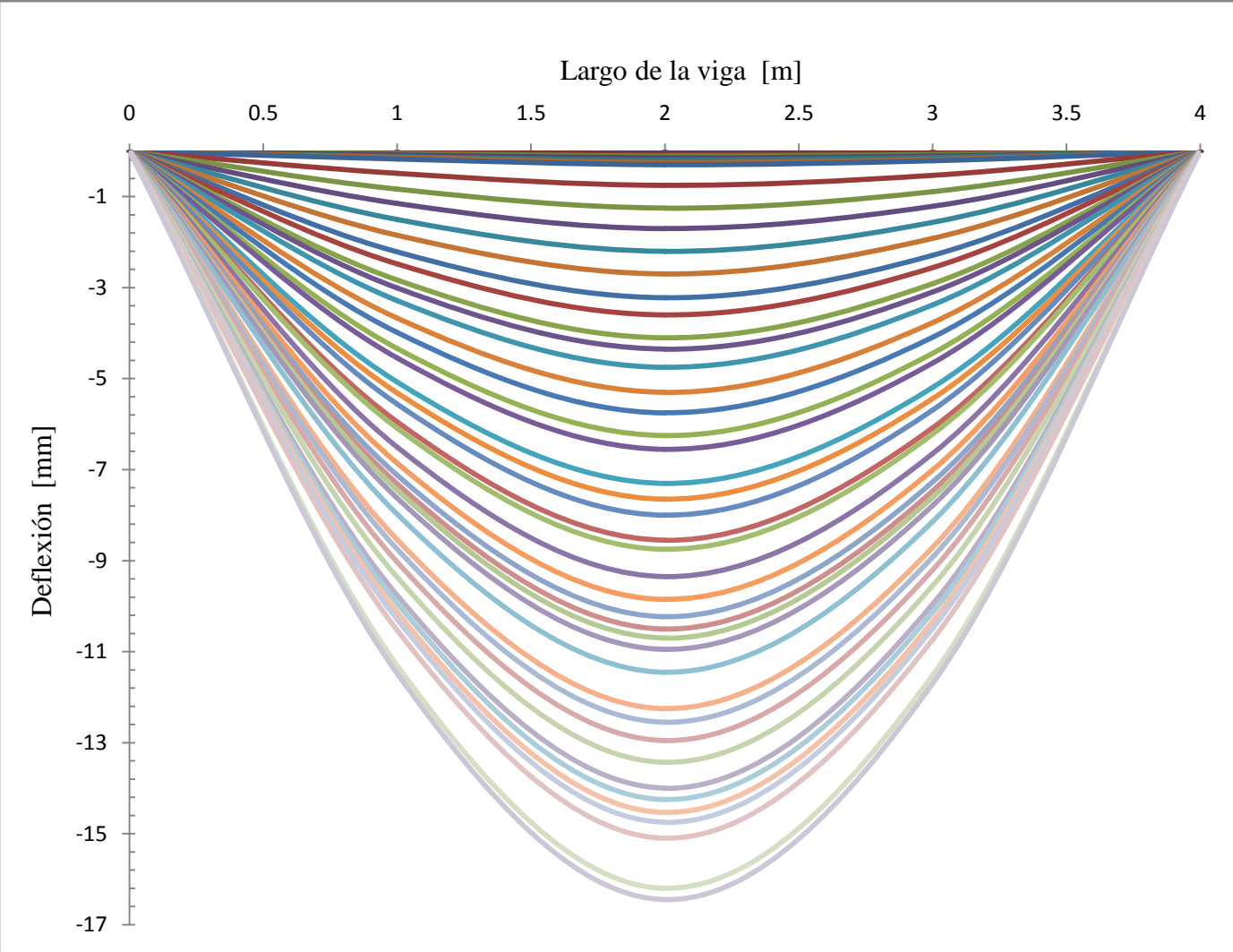
P _T [kN]	Lectura de los deformímetros [mm]		
	1	2	3
0	0,00	0,00	0,00
5	0,04	0,05	0,02
10	0,06	0,09	0,04
15	0,08	0,14	0,10
20	0,27	0,42	0,30
25	0,51	0,75	0,53
30	0,67	1,00	0,66
35	0,90	1,30	0,87
40	1,03	1,50	1,01
45	1,26	1,83	1,24
50	1,37	2,00	1,34
55	1,64	2,37	1,60
60	1,83	2,65	1,80
65	2,00	2,88	1,95
70	2,12	3,05	2,07
75	2,41	3,46	2,35
80	2,60	3,71	2,54
85	2,90	4,17	2,80
90	3,31	4,73	3,19
95	3,64	5,19	3,51
100	3,82	5,44	3,70
105	3,90	5,75	4,04
110	4,35	6,41	4,51
115	4,50	6,61	4,66
120	4,71	6,92	4,87
125	4,85	7,12	5,02
130	5,03	7,37	5,20
135	5,32	7,78	5,50
140	5,57	8,14	5,74
145	5,90	8,59	6,07
150	6,34	8,90	6,26
155	6,70	9,41	6,62
160	6,87	9,71	6,84
165	7,08	10,02	7,05
170	7,43	10,51	7,40
175	7,66	10,83	7,63
180	7,92	11,19	7,89
185	8,13	11,49	8,10
190	8,24	11,64	8,21
195	8,39	11,85	8,34
200	8,53	12,05	8,38
205	8,90	12,51	8,71
210	9,20	12,92	9,00
215	9,69	13,63	9,50
220	9,95	13,98	9,76
225	10,13	14,24	9,94

Figura 4.70
Elástica y lectura de los deformímetros, para la viga 6, del caso 3



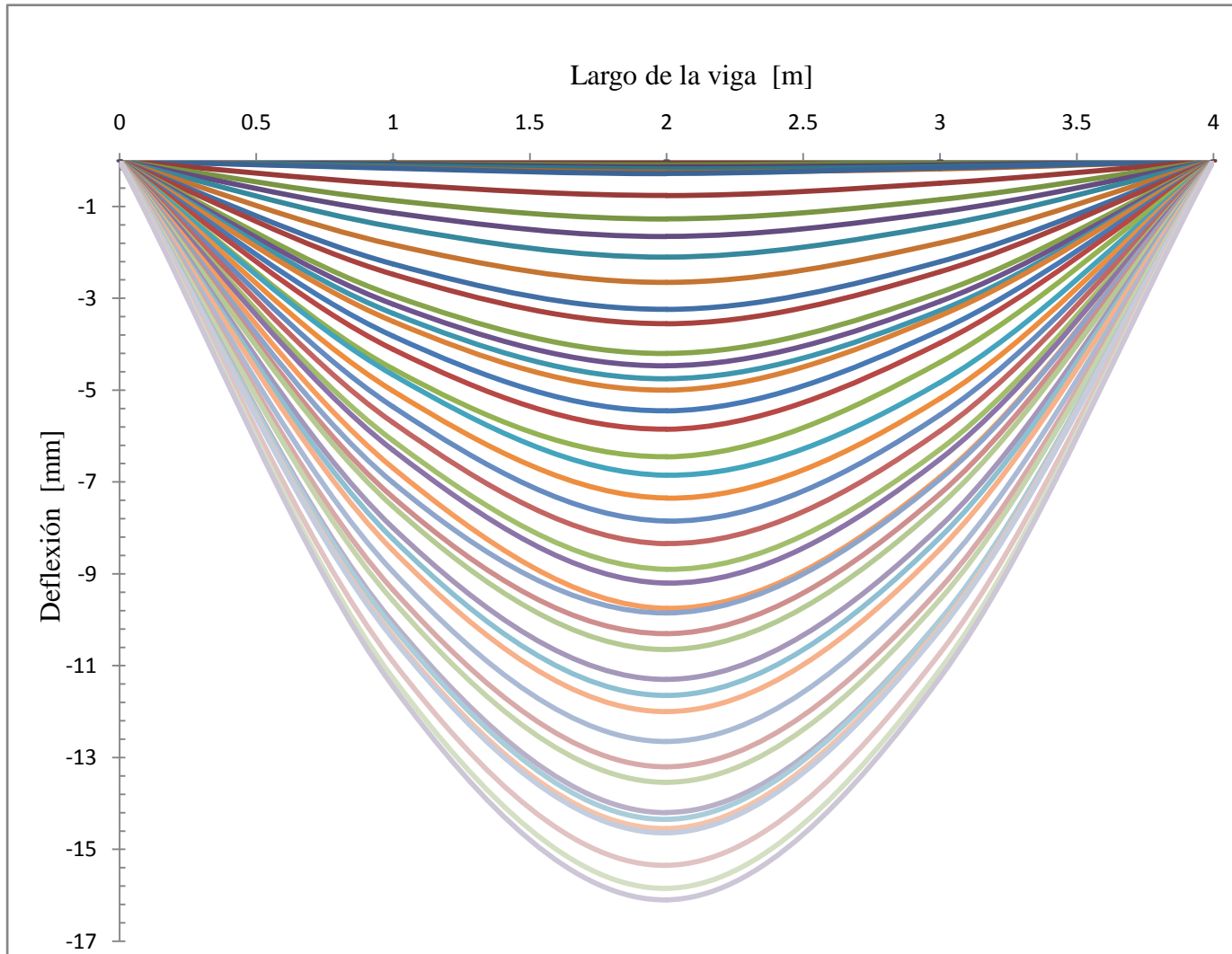
P _T [kN]	Lectura de los deformímetros [mm]		
	1	2	3
0	0,00	0,00	0,00
5	0,02	0,05	0,04
10	0,04	0,09	0,06
15	0,08	0,14	0,10
20	0,30	0,46	0,33
25	0,58	0,83	0,55
30	0,77	1,10	0,74
35	0,88	1,25	0,85
40	1,02	1,45	1,00
45	1,23	1,75	1,20
50	1,37	1,95	1,35
55	1,72	2,45	1,70
60	1,84	2,63	1,83
65	2,03	2,90	2,02
70	2,38	3,40	2,38
75	2,66	3,80	2,64
80	2,95	4,20	2,93
85	3,15	4,50	3,12
90	3,43	4,90	3,40
95	3,57	5,10	3,55
100	4,00	5,70	3,97
105	4,13	5,90	4,11
110	4,41	6,30	4,40
115	4,66	6,65	4,63
120	4,90	7,00	4,88
125	5,11	7,30	5,09
130	5,39	7,70	5,37
135	5,67	8,10	5,66
140	5,81	8,30	5,80
145	6,11	8,70	6,09
150	6,35	9,10	6,37
155	6,46	9,25	6,49
160	6,60	9,50	6,66
165	6,84	9,80	6,86
170	7,14	10,20	7,12
175	7,37	10,50	7,34
180	7,63	10,90	7,60
185	7,91	11,30	7,86
190	8,26	11,80	8,22
195	8,47	12,10	8,43
200	8,75	12,50	8,72
205	9,02	12,88	9,00
210	9,17	13,10	9,12
215	9,37	13,38	9,32
220	9,56	13,65	9,50
225	9,80	14,01	9,75

Figura 4.71
Elástica y lectura de los deformímetros, para la viga 7, del caso 4



P _T [kN]	Lectura de los deformímetros [mm]		
	1	2	3
0	0,00	0,00	0,00
5	0,02	0,05	0,04
10	0,05	0,10	0,07
15	0,09	0,15	0,11
20	0,11	0,19	0,14
25	0,14	0,25	0,18
30	0,17	0,30	0,21
35	0,49	0,75	0,53
40	0,84	1,25	0,90
45	1,15	1,70	1,21
50	1,50	2,20	1,56
55	1,85	2,70	1,92
60	2,21	3,22	2,30
65	2,48	3,60	2,56
70	2,83	4,10	2,92
75	3,00	4,35	3,10
80	3,30	4,75	3,38
85	3,67	5,30	3,77
90	4,00	5,75	4,10
95	4,16	6,00	4,27
100	4,34	6,25	4,45
105	4,55	6,55	4,65
110	5,07	7,30	5,20
115	5,32	7,65	5,44
120	5,56	8,00	5,70
125	5,95	8,55	6,08
130	6,10	8,75	6,22
135	6,51	9,35	6,65
140	6,58	9,45	6,72
145	6,86	9,85	7,00
150	7,12	10,23	7,27
155	7,31	10,50	7,47
160	7,45	10,70	7,61
165	7,63	10,95	7,80
170	7,98	11,45	8,14
175	8,54	12,25	8,71
180	8,75	12,55	8,92
185	9,03	12,95	9,21
190	9,36	13,43	9,55
195	9,76	14,00	9,95
200	9,94	14,25	10,13
205	10,13	14,53	10,33
210	10,30	14,75	10,50
215	10,53	15,10	10,74
220	11,30	16,20	11,52
225	11,48	16,45	11,70

Figura 4.72
Elástica y lectura de los deformímetros, para la viga 10, del caso 4



P _T [kN]	Lectura de los deformímetros [mm]		
	1	2	3
0	0,00	0,00	0,00
5	0,04	0,05	0,02
10	0,06	0,09	0,04
15	0,08	0,14	0,10
20	0,11	0,18	0,13
25	0,16	0,25	0,18
30	0,17	0,28	0,16
35	0,51	0,76	0,50
40	0,87	1,27	0,85
45	1,14	1,65	1,12
50	1,45	2,10	1,41
55	1,83	2,65	1,80
60	2,25	3,24	2,20
65	2,47	3,55	2,42
70	2,95	4,20	2,87
75	3,13	4,47	3,05
80	3,33	4,75	3,27
85	3,50	5,00	3,38
90	3,82	5,45	3,70
95	4,11	5,85	3,98
100	4,54	6,45	4,40
105	4,53	6,65	4,68
110	4,67	6,85	4,83
115	5,02	7,35	5,18
120	5,37	7,85	5,54
125	5,71	8,34	5,90
130	6,10	8,90	6,30
135	6,30	9,20	6,50
140	6,42	9,35	6,60
145	6,70	9,75	6,90
150	7,00	9,85	6,93
155	7,33	10,30	7,25
160	7,53	10,65	7,50
165	8,00	11,30	7,97
170	8,25	11,65	8,20
175	8,50	12,00	8,46
180	8,95	12,65	8,93
185	9,35	13,20	9,32
190	9,60	13,54	9,56
195	10,05	14,20	10,00
200	10,17	14,35	10,02
205	10,35	14,55	10,16
210	10,40	14,64	10,22
215	10,92	15,35	10,73
220	11,27	15,85	11,10
225	11,45	16,10	11,26

4.5.9. Patrón de fisuras

En las figuras 4.73 a 4.92 se observa una fotografía que muestra a la viga de concreto reforzado de cada caso de estudio, en la cual se puede visualizar a cuatro flechas rojas, las cuales corresponden a la ubicación de los rodillos macizos en el ensayo a la rotura, en la máquina universal Tinius Olsen Testing.

La figura subsiguiente corresponde a una gráfica a escala de la anterior fotografía, en la cual se puede observar el patrón de fisuras acompañadas de la carga en kN a la que se produjo. Dicha carga, corresponde a la carga total “ P_T ” producida por la máquina universal, en el instante en que se visualiza la aparición de la fisura.

Básicamente, las primeras fisuras, se originaron en el centro luz de la viga, y corresponden a las típicas fisuras verticales por flexión, luego les siguieron la formación de otras fisuras verticales en las proximidades de estas, siguiendo también una dirección vertical al incremento de la carga.

Otras fisuras producidas, fueron las fisuras de corte y flexión, que se presentan por la acción combinada de los momentos flectores y las fuerzas de corte. Para este último tipo de fisuras, las grietas de tensión por flexión son las que aparecieron primero, siguiendo una dirección vertical al eje de la viga de concreto reforzado. Su ancho y longitud al inicio del proceso de carga estaban bien controlados, debido a la presencia del acero de refuerzo longitudinal, pero conforme se incrementaba el valor de la carga, el esfuerzo de tensión diagonal en la parte superior de una o más de estas grietas excedía la resistencia a la tensión del concreto, ocasionando que la grieta se inclinara hacia una dirección diagonal (aproximadamente a 45°) y continuara alargándose.

A simple vista, se puede observar, que la presencia del ducto embebido, ocasionó una concentración de fisuras en su vecindad. Lo más notorio todavía es que para todos los casos de estudio, siempre existió al menos una fisura que logró atravesarlo.

Otra conclusión importante de las figuras 4.73 a 4.92, fue que bajo la acción de la carga de trabajo, se pudo evidenciar que para todos los casos de estudio, no se presentó ninguna fisura visual, alrededor ni en las cercanías de la circunferencia de los ductos embebidos de diámetro nominal de 50 mm. Pero sí se visualizó la aparición temprana de fisuras en el centro luz para todos los casos de estudio.

Figura 4.73
Fotografía del patrón de fisuras de la viga de control (viga 1)



Figura 4.74
Patrón de fisuras de la viga de control (viga 1) en kN

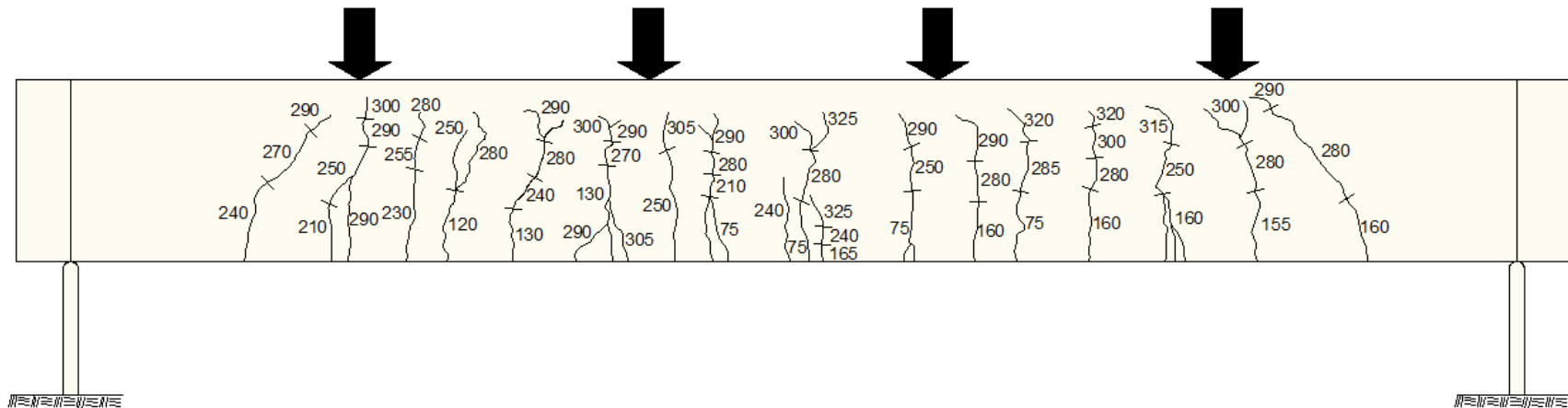


Figura 4.79
Fotografía del patrón de fisuras de la viga de estudio del caso 1 (viga 4)



Figura 4.80
Patrón de fisuras de la viga de estudio del caso 1 (viga 4) en kN

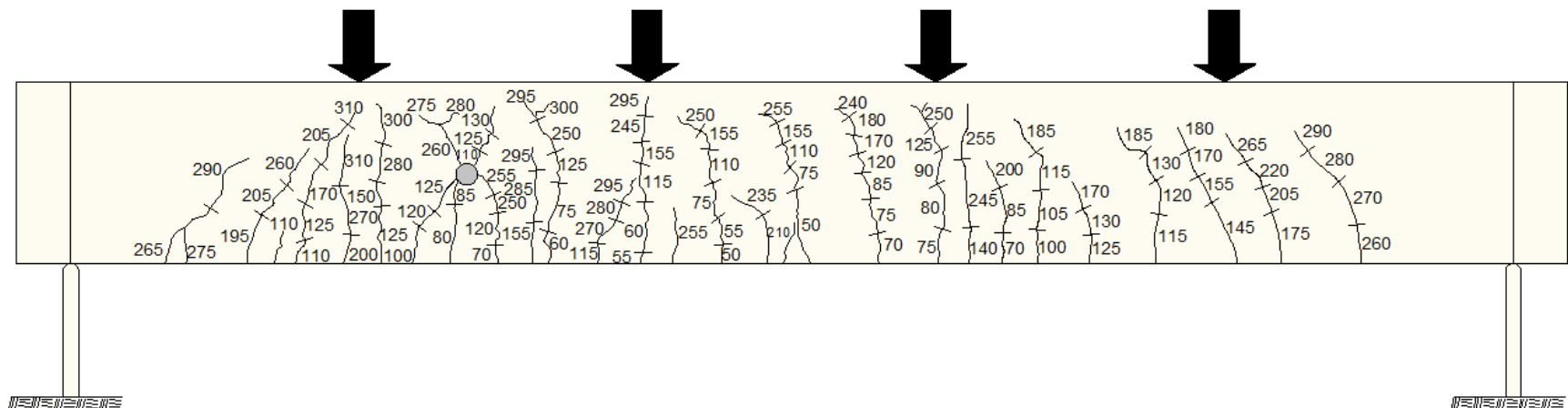


Figura 4.85
Fotografía del patrón de fisuras de la viga de estudio del caso 3 (viga 5)



Figura 4.86
Patrón de fisuras de la viga de estudio del caso 3 (viga 5) en kN

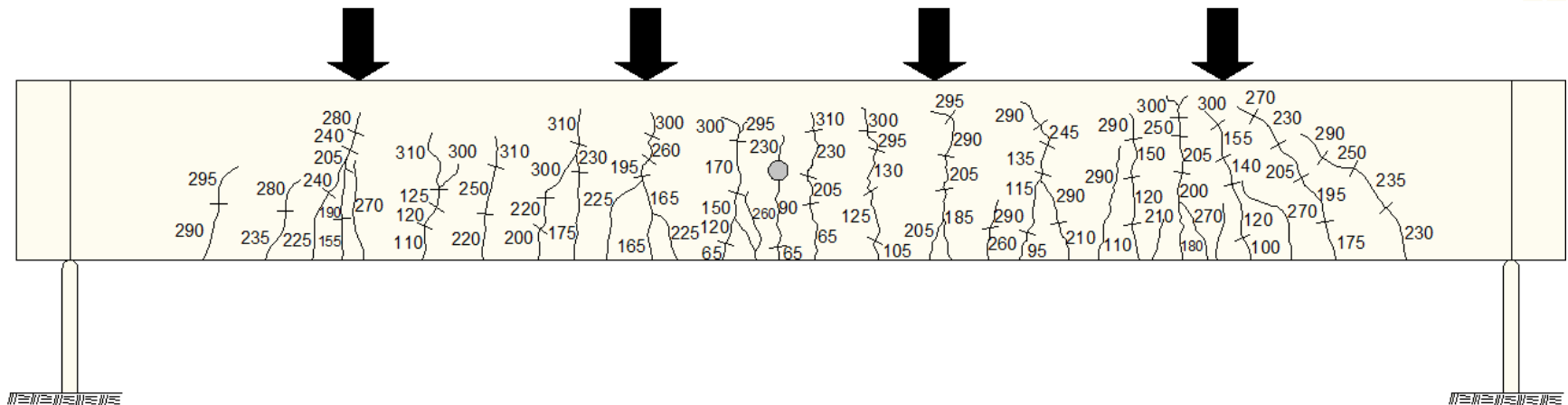


Figura 4.87
Fotografía del patrón de fisuras de la viga de estudio del caso 3 (viga 6)



Figura 4.88
Patrón de fisuras de la viga de estudio del caso 3 (viga 6) en kN

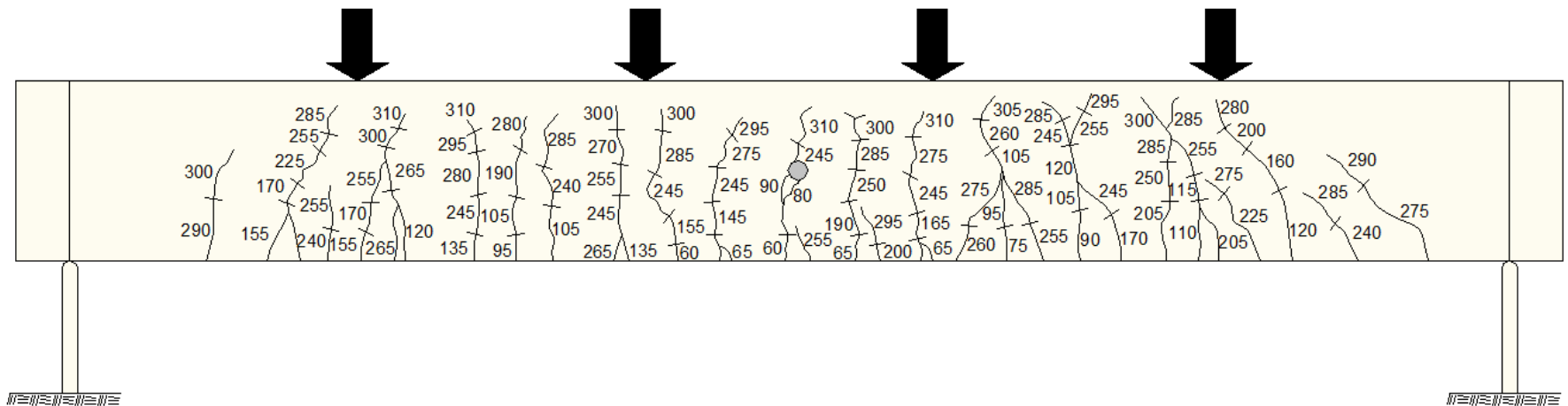
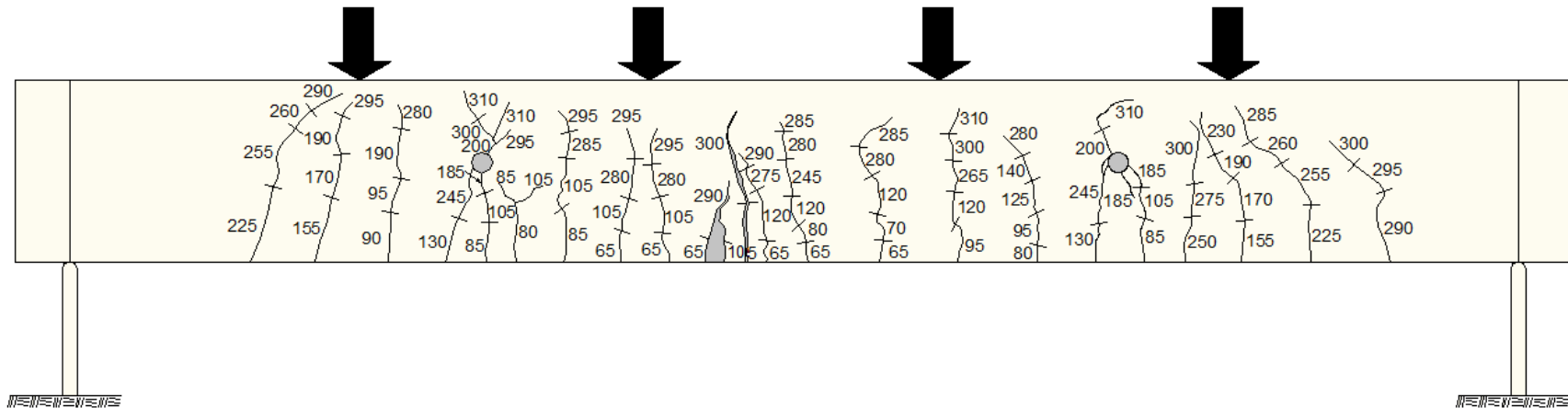


Figura 4.89
Fotografía del patrón de fisuras de la viga de estudio del caso 4 (viga 7)



Figura 4.90
Patrón de fisuras de la viga de estudio del caso 4 (viga 7) en kN



[illegible]

En las siguientes figuras 4.93 a 4.100, se visualiza al ducto embebido, junto al patrón de fisuras, acompañadas de las cargas a la cual se produjeron. Recordando que la carga que se visualiza, es la carga total P_T , en kN, generada por la máquina universal tinius olsen testin. Junto con el patrón de fisuras, se confeccionó el patrón de ancho de grietas, medido en milímetros, utilizando una regleta de comparación de ancho variable.

4.5.9.1. Patrón de fisuras en el ducto del caso 1

El ducto embebido, se encontró localizado en una región donde predominaba el efecto de la fuerza de corte (ver figuras 4.93 y 4.94). Las fisuras originadas en la base de la viga, en la vecindad del ducto embebido, al inicio eran verticales y luego se extendían diagonalmente todas hacia él. Lo interesante de estas primeras fisuras, fue que aparecieron repentinamente con una longitud importante siempre en dirección hacia el tubo embebido.

Antes que las anteriores fisuras llegaran al ducto, se originaban otras, partiendo de arriba de su circunferencia con una inclinación de 45 grados aproximadamente. Las cuales al incrementarse el valor de la carga ya no crecían más y solo iban aumentando su ancho en forma gradual.

4.5.9.2. Patrón de fisuras en el ducto del caso 2

El ducto embebido, se encontró localizado en una región donde se combinaron el efecto de la fuerza de corte y el momento flector (ver figuras 4.95 y 4.96). Las fisuras originadas en la base de la viga, en la vecindad del ducto embebido, al inicio eran verticales y luego se extendían diagonalmente todas hacia el ducto. Una vez que llegaban a él, iban originándose otras fisuras en forma radial a su circunferencia, siendo la característica más notoria de este caso de estudio.

4.5.9.3. Patrón de fisuras en el ducto del caso 3

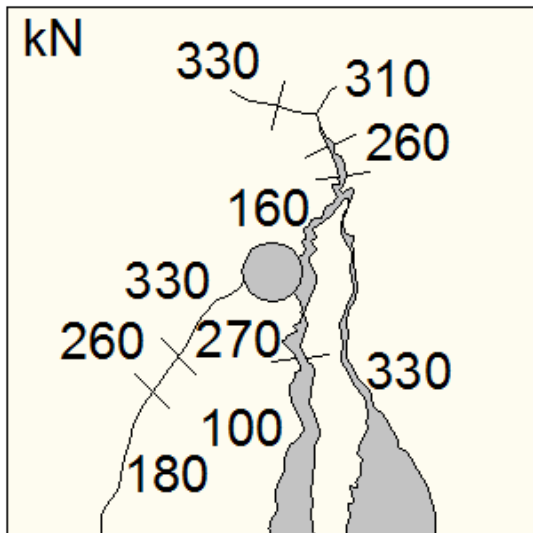
El ducto embebido, se encontró localizado en una región donde predominaba el efecto del momento flector (ver figuras 4.97 y 4.98). La fisura originada en la base de la viga, en la vecindad del ducto embebido, fue prácticamente vertical. Una vez que llegó al ducto, se originó una nueva fisura, partiendo de la superficie de arriba de éste, en la misma dirección vertical. Al llegar a un valor establecido de la carga, la grieta ya no crecía más y solo iba aumentando su ancho.

4.5.9.4. Patrón de fisuras en los ductos del caso 4

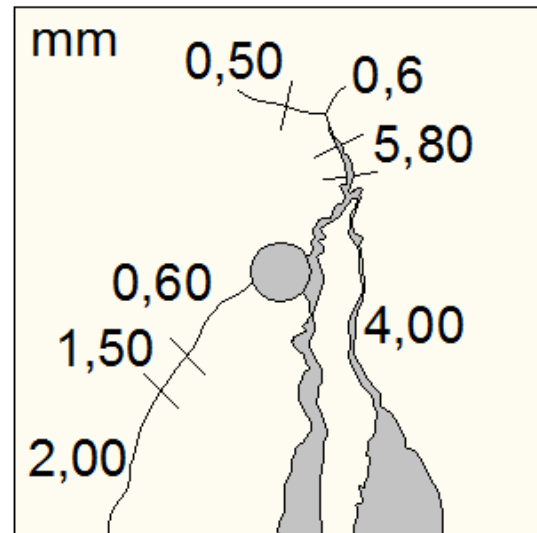
Se tenía dos ductos embebidos, dispuestos en forma simétrica a ambos lados de la viga de concreto reforzado (ver figuras 4.99 y 4.100). Dada la simetría, se pudo advertir que el patrón de fisuras es similar para ambos ductos. Las fisuras originadas en la base de la viga, en la vecindad de los ductos embebidos, al inicio eran verticales y luego se extendían diagonalmente todas hacia los ductos. Una vez que llegaban a ellos, se originaban otras fisura partiendo de la superficie de arriba de estos, en la misma dirección vertical, incluso se presentaron fisuras radiales al eje de la abertura. Al llegar a un valor establecido de la carga, las grietas ya no crecían más y solo iban aumentando su ancho.

Figura 4.93

Patrón de fisuras en las cercanías del ducto y ancho de fisuras, Caso 1 (viga 3)



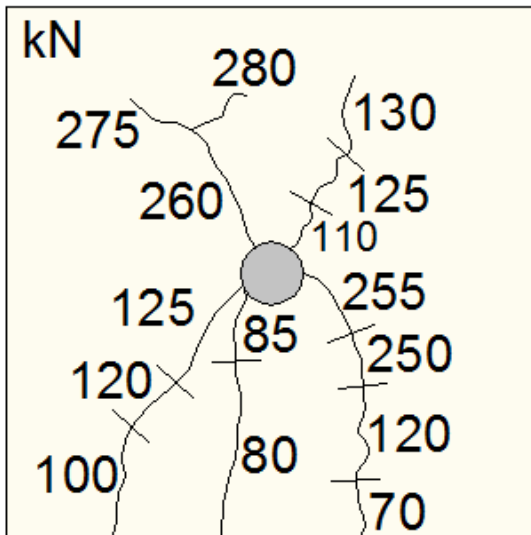
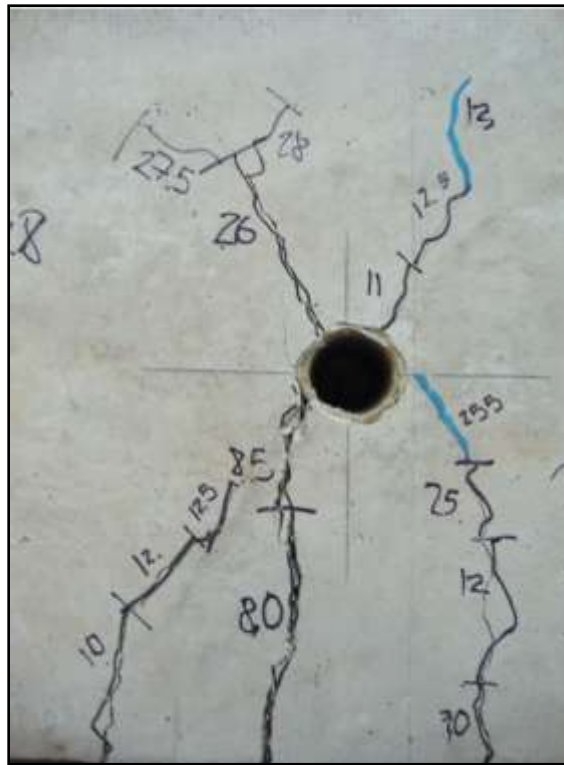
Carga P_T , a la que se produjo la fisura, en kN.



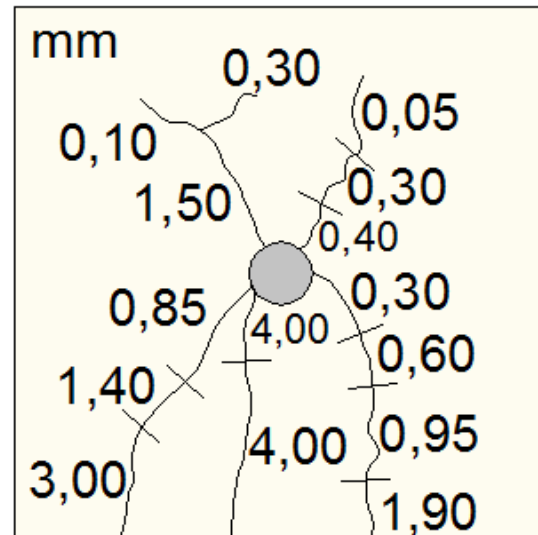
Ancho de fisuras, en mm

Figura 4.94

Patrón de fisuras en las cercanías del ducto y ancho de fisuras, Caso 1 (viga 4)



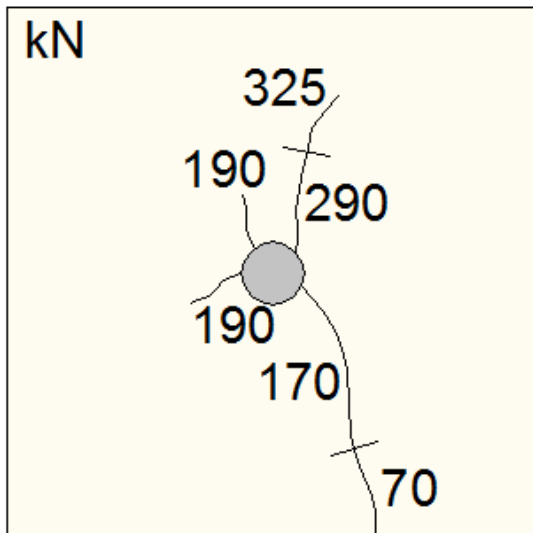
Carga P_T , a la que se produjo la fisura, en kN.



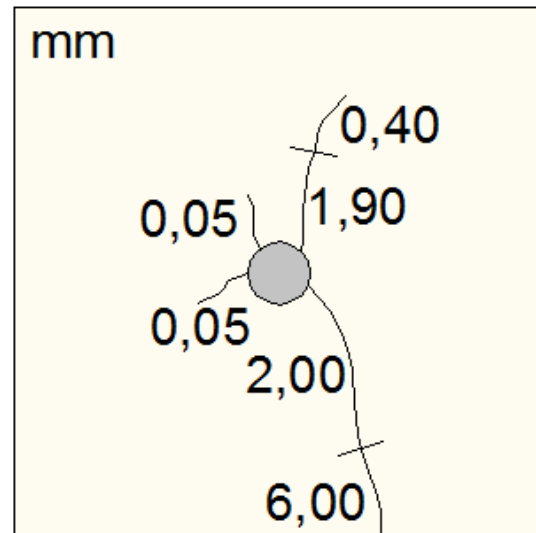
Ancho de fisuras, en mm

Figura 4.95

Patrón de fisuras en las cercanías del ducto y ancho de fisuras, Caso 2 (viga 8)



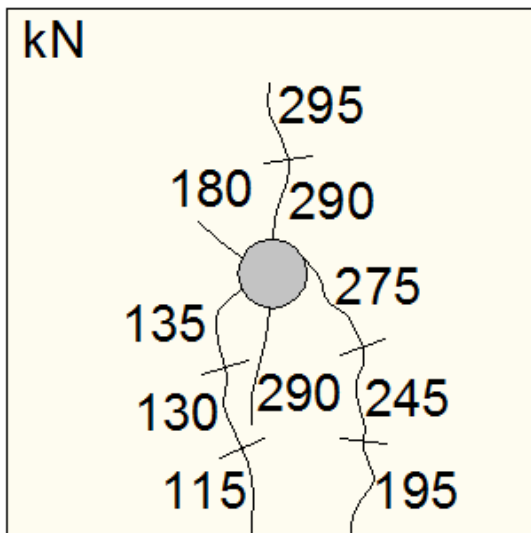
Carga P_T , a la que se produjo la fisura, en kN.



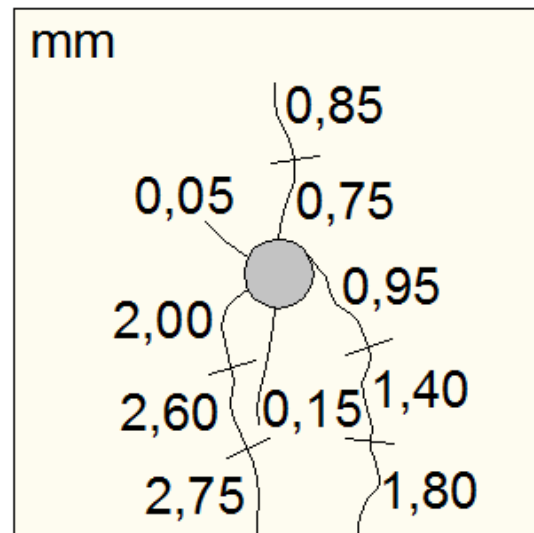
Ancho de fisuras, en mm

Figura 4.96

Patrón de fisuras en las cercanías del ducto y ancho de fisuras, Caso 2 (viga 9)



Carga P_T , a la que se produjo la fisura, en kN.



Ancho de fisuras, en mm

Figura 4.97
 Patrón de fisuras en las cercanías del ducto y ancho de fisuras, Caso 3 (viga5)

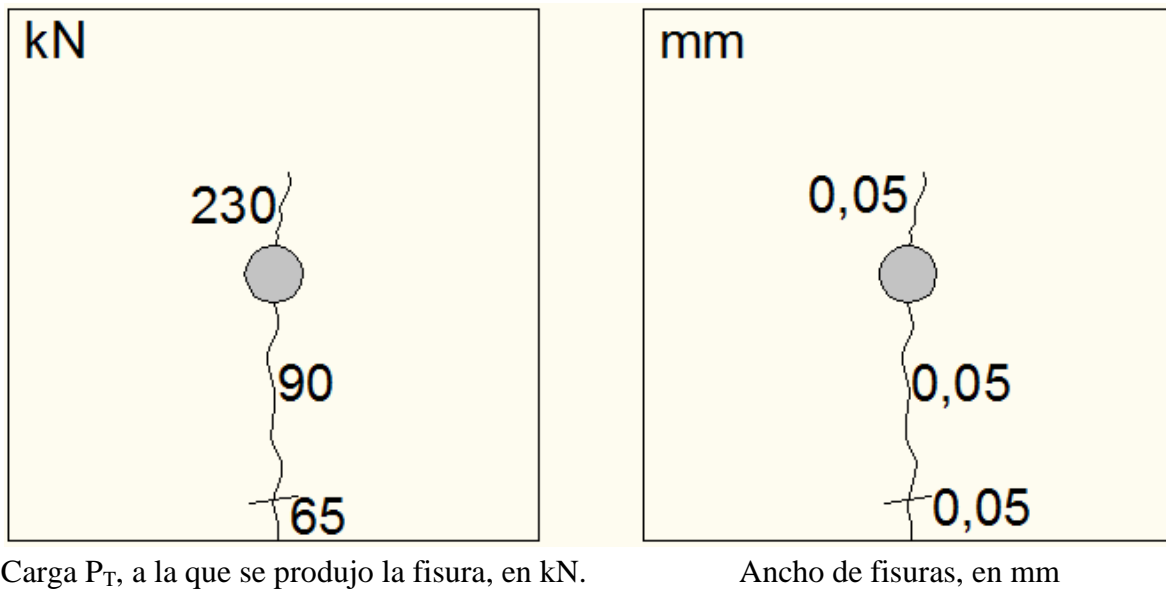
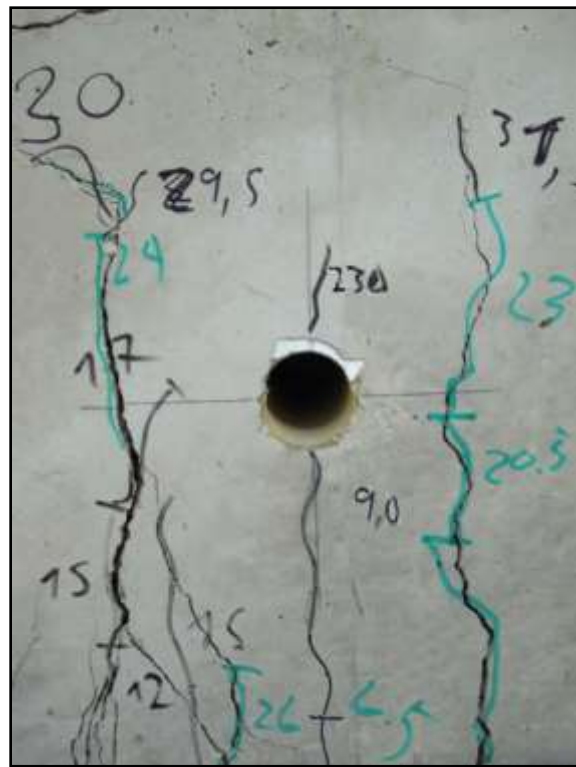
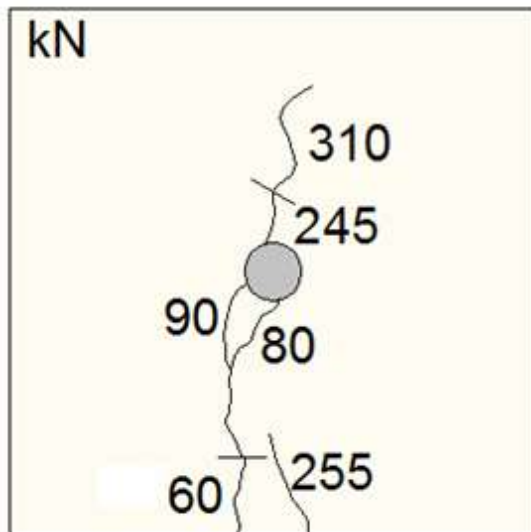
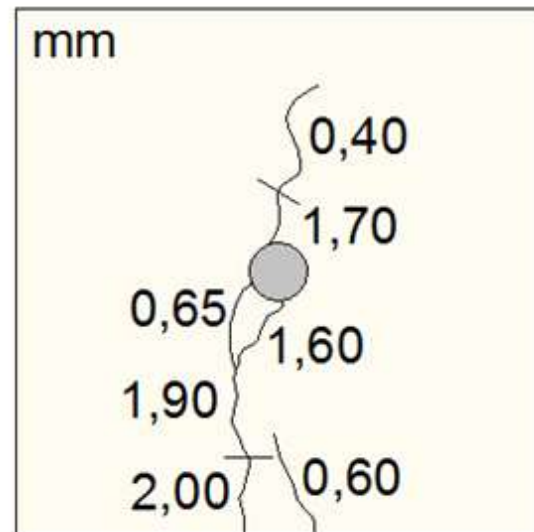


Figura 4.98

Patrón de fisuras en las cercanías del ducto y ancho de fisuras, Caso 3 (viga 6)



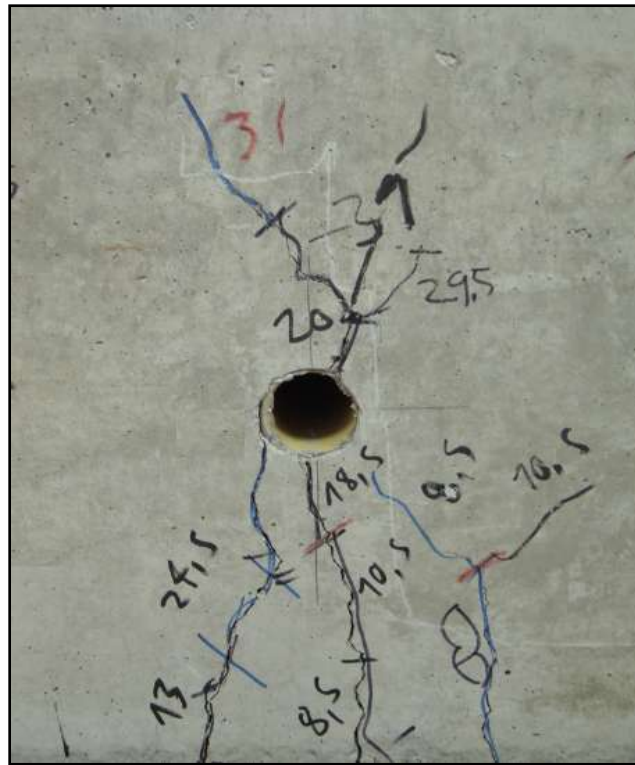
Carga P_T , a la que se produjo la fisura, en kN.



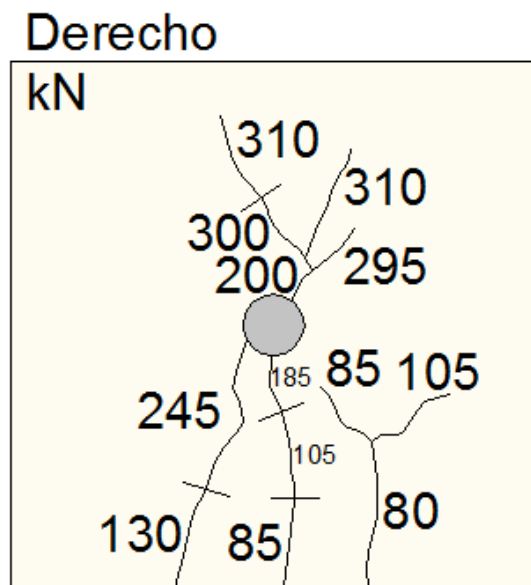
Ancho de fisuras, en mm

Figura 4.99

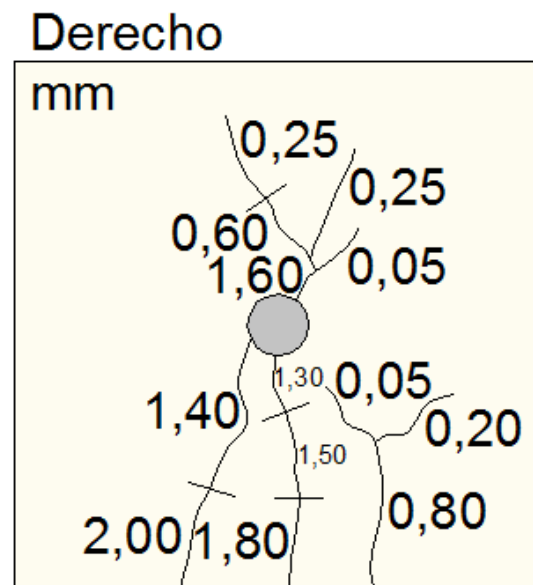
Patrón de fisuras en las cercanías del ducto y ancho de fisuras, Caso 4 (viga 7)



Ducto derecho



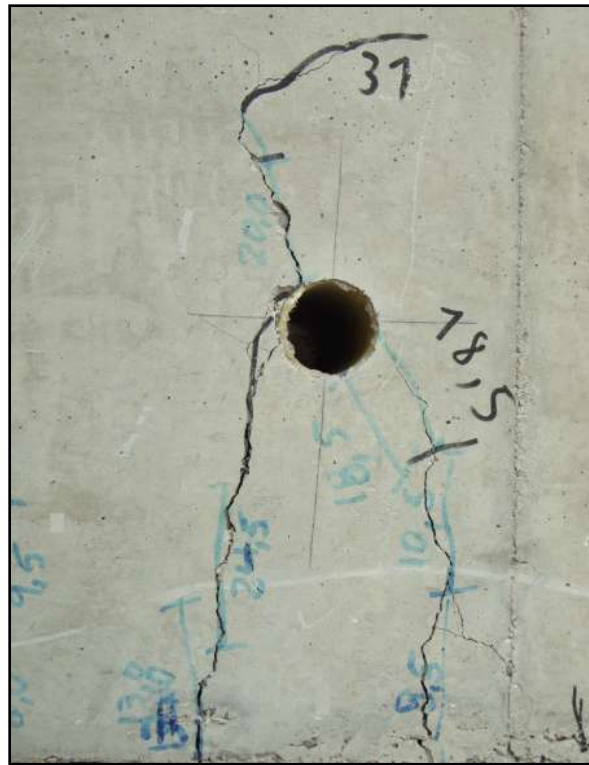
Carga P_T , a la que se produjo la fisura, en kN.



Ancho de fisuras, en mm

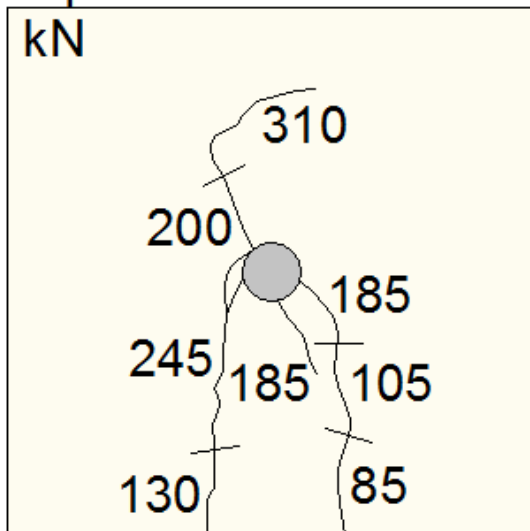
Figura 4.99 (continuación)

Patrón de fisuras en las cercanías del ducto y ancho de fisuras, Caso 4 (viga 7)



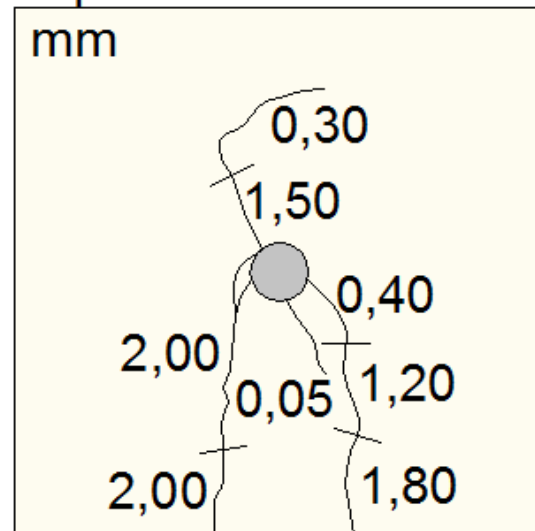
Ducto izquierdo

Izquierdo



Carga P_T , a la que se produjo la fisura, en kN.

Izquierdo



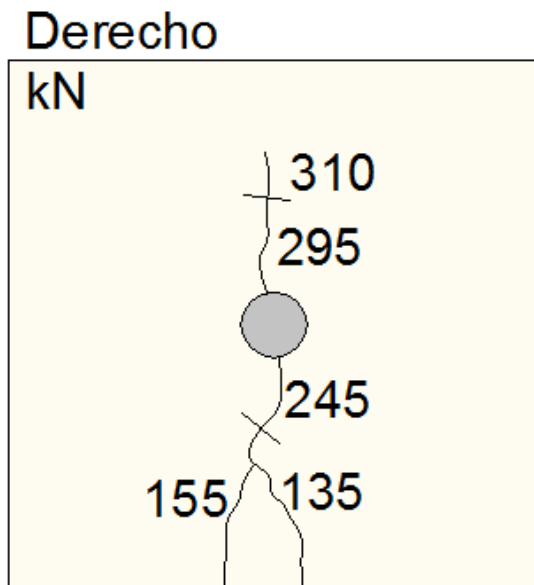
Ancho de fisuras, en m

Figura 4.100

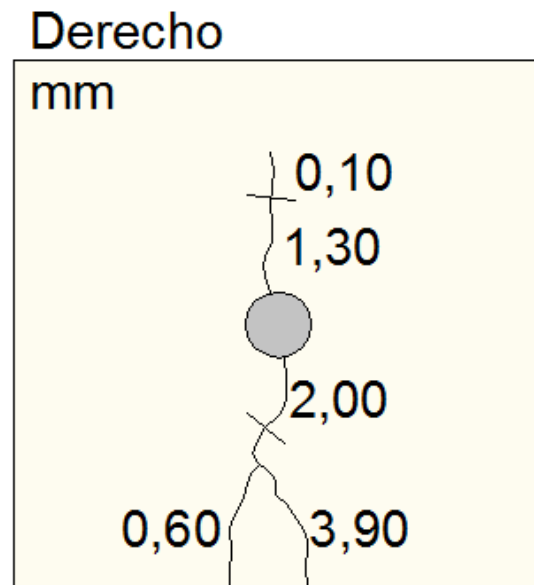
Patrón de fisuras en las cercanías del ducto y ancho de fisuras, Caso 4 (viga 10)



Ducto derecho



Carga P_T , a la que se produjo la fisura, en kN.



Ancho de fisuras, en mm

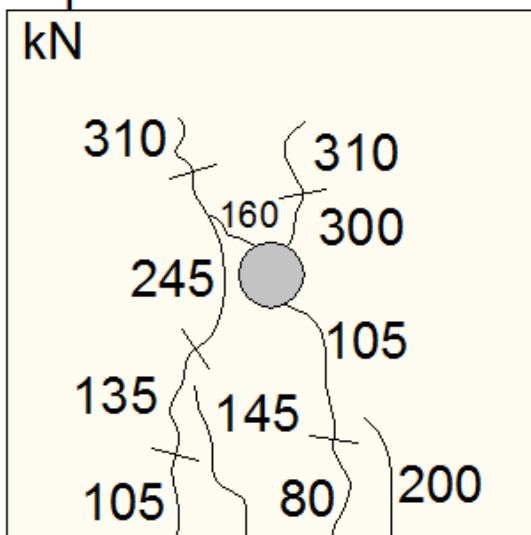
Figura 4.100 (continuación)

Patrón de fisuras en las cercanías del ducto y ancho de fisuras, Caso 4 (viga 10)



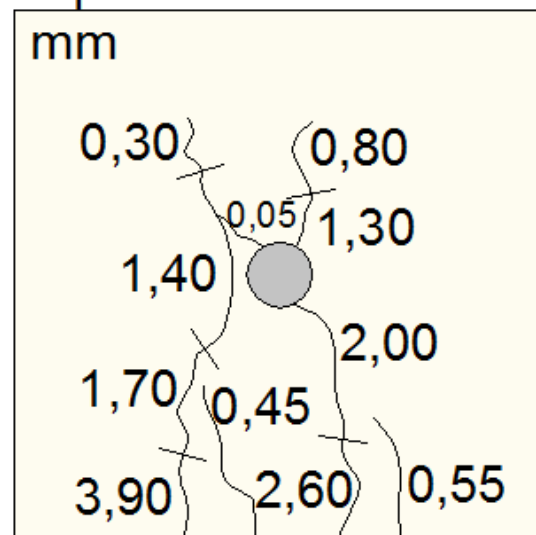
Ducto izquierdo

Izquierdo
kN



Carga P_T , a la que se produjo la fisura, en kN.

Izquierdo
mm



Ancho de fisuras, en mm

CAPITULO V

CONCLUSIONES

5.1. Introducción

En la construcción de los modernos edificios, el sistema de tuberías y ductos, es fundamental para garantizar el servicio del agua potable, aire acondicionado, sistema eléctrico, telefonía, sistema de redes del servicio informático, etc. Usualmente, estas tuberías y ductos son localizados por debajo de las vigas de concreto reforzado, lo cual permite un adecuado mantenimiento, ante cualquier reparación o actualización del sistema, y por razones de estética son cubiertas con un techo suspendido falso.

En algunas ocasiones, para el sistema aporricado de vigas y columnas de concreto reforzado, surge la necesidad de realizar alguna perforación o en su defecto, embeber algún ducto, en cierta región de la viga. Lo cual trae consigo, una pregunta que todo residente de obra que pasó por este mismo problema, se la formuló:

¿Qué influencia, ocasiona la abertura transversal, al comportamiento estructural de la viga de concreto reforzado? Y sobre todo, si la abertura transversal es perjudicial para el correcto funcionamiento de la viga de concreto reforzado. ¿En qué posición, a lo largo de ella, producirá menos daño?

Responder estas dos preguntas, dará origen a las conclusiones y recomendaciones respectivamente, las cuales serán desarrolladas en detalle, en las subsiguientes páginas.

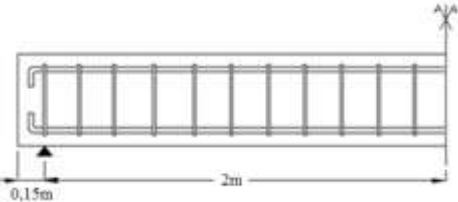
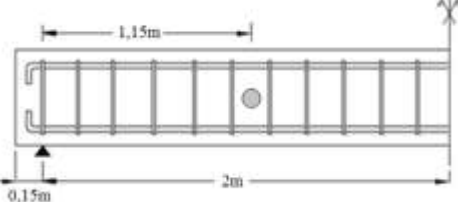
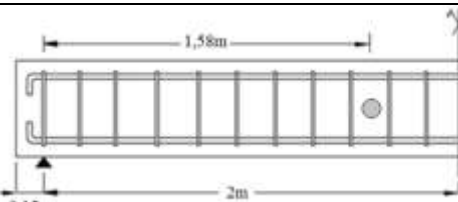
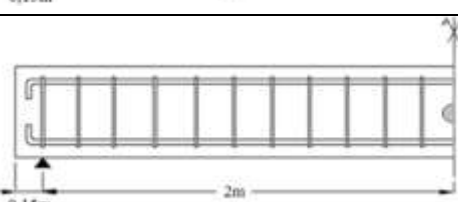
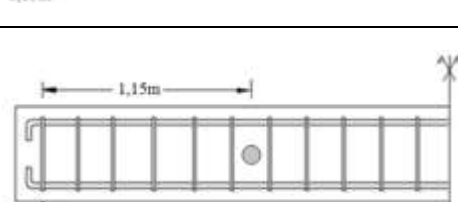
Antes de entrar en detalle con las conclusiones y recomendaciones, es importante realizar un resumen de los casos de estudio, y de la metodología experimental que se utilizó.

El Reglamento Colombiano de Construcción Sismo Resistente (NSR-10), en su sección C.6.3.6.3 limita el diámetro interior sobre embebidos en el concreto, a tuberías de diámetro interior nominal de 50 mm. Por lo que para todos los casos de estudio, se utilizó un diámetro interior nominal de tubería PVC igual a 50 mm (2 pulgadas).

La investigación se centró, en realizar una comparación tanto cualitativa como cuantitativa entre las vigas de control (sin ductos embebidos), con los demás casos. En la tabla 5.1 se resumen los diferentes casos de estudio, y se realiza una breve descripción de cada uno de ellos. En total se fundieron 10 vigas, dos vigas por cada caso, incluyendo a las vigas de control. Todas con una luz libre de 4m, y una sección transversal de 0,4m de base por 0,5m de altura.

Las vigas de control, fueron diseñadas para una carga de trabajo igual a 20 kN/m. Para lo cual se utilizó un concreto, con un valor referencial para la resistencia específica a la compresión de 28 MPa, y un acero de resistencia específica a la fluencia de 420 MPa.

Tabla 5.1
Casos de estudio

Viga	Esquema	Descripción
Control		La viga de control no presenta ningún ducto embebido, y será el patrón que permitirá cuantificar el desempeño de los demás casos de estudio.
Caso 1		La viga correspondiente al caso 1, es aquella viga que presenta un solo ducto embebido (diámetro interior nominal de 50mm), dispuesto en la mitad de la altura de la viga y localizado a una distancia de 1,15m del apoyo. (Luz/3,5)
Caso 2		La viga correspondiente al caso 2, es aquella viga que presenta un solo ducto embebido (diámetro interior nominal de 50mm), dispuesto en la mitad de la altura de la viga y localizado a una distancia de 1,58m del apoyo. (Luz/2,5)
Caso 3		La viga correspondiente al caso 3, es aquella viga que presenta un solo ducto embebido (diámetro interior nominal de 50mm), dispuesto en la mitad de la altura de la viga y localizado a una distancia de 2m del apoyo. (Luz/2)
Caso 4		La viga correspondiente al caso 4, es aquella viga que presenta dos ductos embebidos (diámetros interiores nominales de 50mm), dispuestos en la mitad de la altura de la viga y localizados a una distancia de 1,15m del apoyo a ambos lados respectivamente.

La figura 5.1 muestra la sección transversal de la viga de concreto reforzado, y el acero de refuerzo, utilizado en el armado de todas las vigas de la tabla 5.1.

Con respecto al montaje experimental, se siguió el esquema mostrado en la figura 5.2, en la cual se observa a la viga de concreto reforzado montada sobre los apoyos de la Máquina Universal Tinius Olsen, y en la cual se instalaron tres deformímetros mecánicos por

debajo de ella, uno al medio y los otros dos en la mitad entre el apoyo y el centro respectivamente.

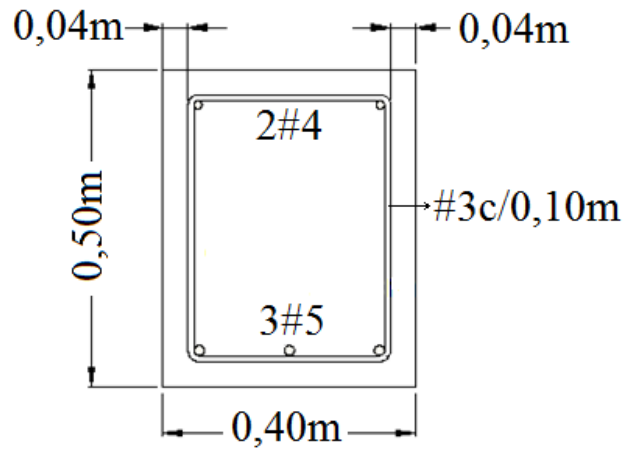


Figura 5.1

Acero de refuerzo utilizado en las vigas de concreto reforzado

Para garantizar que la fuerza total " P_T " suministrada por la máquina universal se distribuya equitativamente entre los cuatro rodillos macizos, se utilizó una viga metálica doble I (0,28m x 0,32m). De esta forma, la carga total P_T , comprimía a la viga metálica, la cual repartía la carga, a los cuatro rodillos macizos, localizaron a 0,80 m uno del otro.

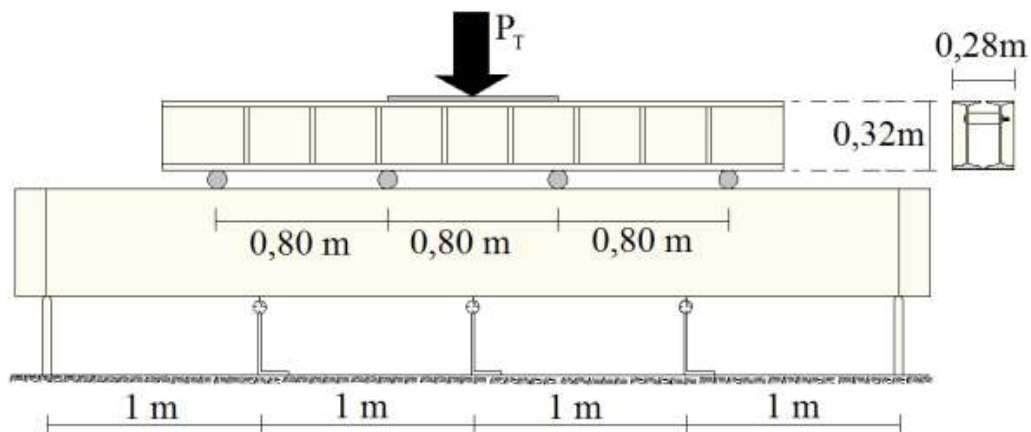


Figura 5.2

Esquema del ensayo en la Máquina Universal Tinius Olsen

5.2. Conclusiones

Como lo señalábamos al inicio del capítulo, vamos a realizar una comparación tanto cuantitativa como cualitativa, entre las vigas de control y los de más casos. Para lo cual, se calcularon los rendimientos máximo, mínimo y el promedio para cada uno de ellos.

Al tener dos vigas de un mismo caso, se cuenta siempre con un valor mayor y un valor menor. De esta forma, el rendimiento máximo se lo obtuvo al comparar el mayor valor de cada caso, con el menor valor de la viga de control, mientras que el rendimiento mínimo, se lo calcula, al comparar el menor valor de cada caso, con el mayor valor de la viga de control. Donde el rendimiento promedio, es el promedio entre ambos rendimientos.

Para más detalle del procedimiento matemático y de las mediciones de laboratorio, se sugiere leer el capítulo IV “Análisis de los resultados”. En este capítulo, sólo nos limitaremos a puntualizar los resultados y las conclusiones.

5.2.1. Agrietamiento inicial

El agrietamiento inicial, se refiere al instante en que se presenta la primera fisura, en el centro luz, de la sección transversal de la viga de concreto reforzado. En la tabla 5.2 se resumen los rendimientos obtenidos, en función de cada criterio utilizado.

Tabla 5.2
Rendimientos para el Agrietamiento inicial

Caso de estudio	Criterio por carga de agrietamiento			Criterio por deflexión de agrietamiento		
	Mínimo (1)	Máximo (2)	Promedio (3)	Mínimo (4)	Máximo (5)	Promedio (6)
Control	100%	100%	100%	100%	100%	100%
Caso 1	69%	74%	72%	65%	69%	67%
Caso 2	76%	82%	79%	73%	76%	75%
Caso 3	56%	66%	61%	53%	61%	57%
Caso 4	68%	72%	70%	66%	70%	68%

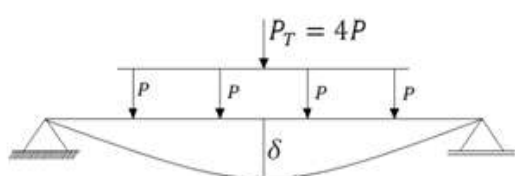
Conclusiones:

1. Las vigas de control, se agrietaron para una carga total promedio de $P_T = 36,5$ kN.
2. La presencia del ducto embebido, provocó el agrietamiento temprano en todos los casos de estudio, en comparación con las vigas de control.

3. El efecto del momento flector (caso 3), contribuyó a que el ducto embebido en esta región, tenga mayor predominio en el agrietamiento temprano, que los demás casos.
4. Los ductos embebidos, dispuestos en forma simétrica a ambos lados de la viga (caso 4), tienen la misma influencia en el agrietamiento inicial, que para el caso donde sólo exista uno de ellos (caso 1).

5.2.2. Rigidez de las vigas de estudio

La rigidez de la viga de concreto reforzado, se la define como la relación de la carga total " P_T " entre la deflexión centro luz de la viga " δ ". Matemáticamente:



$$k = \frac{P_T}{\delta} \quad (5.1)$$

k = Rigidez de la viga de concreto reforzado [kN/mm].

P_T = Carga total aplicada a la viga [kN].

δ = Deflexión en el centro luz [mm].

En la tabla 5.3 se resumen los rendimientos obtenidos, en función de cada criterio utilizado.

Tabla 5.3
Rendimientos para la rigidez de la viga de concreto reforzado

Caso de estudio	Utilizando la constante k_2			Utilizando la carga de trabajo		
	Mínimo (1)	Máximo (2)	Promedio (3)	Mínimo (4)	Máximo (5)	Promedio (6)
control	100%	100%	100%	100%	100%	100%
caso 1	50%	50%	50%	46%	48%	47%
caso 2	79%	80%	80%	66%	68%	67%
caso 3	72%	73%	72%	60%	61%	60%
caso 4	62%	62%	62%	49%	50%	49%

Conclusiones:

1. Antes que se forme la primera fisura en las vigas de concreto reforzado, todos los casos de estudio poseen la misma rigidez inicial.
2. Para la carga de trabajo y superiores, la presencia del ducto embebido, provoca una pérdida notoria en la rigidez de la viga de concreto reforzado.
3. Para la carga de trabajo se tienen las siguientes conclusiones:

- 3.1. La influencia del ducto embebido, en la pérdida de la rigidez de la viga de concreto reforzado, es más crítico, cerca de los apoyos (caso 1 y caso 4) y en el centro luz (caso 3) de la viga. Con rendimientos promedios del orden del 47% y el 60% respectivamente.
- 3.2. El caso 2, tuvo el mejor comportamiento estructural, con un rendimiento promedio del orden del 67%.
- 3.3. Para ductos embebidos, dispuestos en forma simétrica, a ambos lados de la viga (caso 4), tienen poca influencia en la pérdida de su rigidez, que para el caso donde sólo exista uno de ellos (caso 1).
- 3.4. La influencia del ducto embebido, en la pérdida de la rigidez de la viga, es mucho mayor para zonas donde actúe la fuerza de corte (caso 1), que para el caso donde intervengan los momentos flectores (caso 3). Alrededor de un 13% ($60 - 47 = 13$) más.
4. Para cargas mayores a la de trabajo, se tienen las siguientes conclusiones:
- 4.1. El caso 1, fue el caso más crítico. La influencia del ducto embebido, provocó una pérdida notoria en la rigidez de la viga, con un rendimiento promedio del orden del 50%.
- 4.2. El caso 2, tuvo el mejor comportamiento estructural, con un rendimiento promedio del orden del 80%.
- 4.3. Para ductos embebidos, dispuestos en forma simétrica, a ambos lados de la viga (caso 4), se observa un mejor desempeño en su funcionamiento, que para el caso donde sólo exista uno de ellos (caso 1). Logrando desempeños del orden de un 12% ($62 - 50 = 12$) más.
- 4.4. La influencia del ducto embebido, en la pérdida de la rigidez de la viga, es mucho mayor para zonas donde actúe la fuerza de corte (caso 1), que para el caso donde intervengan los momentos flectores (caso 3). Alrededor de un 20% ($72 - 50 = 22$) más.

5.2.3. Momento de inercia efectivo

El término momento de inercia efectivo, será interpretado como el momento de inercia real que adopta la sección transversal de la viga de concreto reforzado, en el instante en que sobre ella, actúa un sistema de cargas conocidas.

En la tabla 5.4 se resumen los rendimientos obtenidos, en función de cada criterio utilizado.

Tabla 5.4
Rendimientos del momento de inercia efectivo, de la viga de concreto reforzado

Caso de estudio	Utilizando la constante k_2			Utilizando la carga de trabajo		
	Mínimo (1)	Máximo (2)	Promedio (3)	Mínimo (4)	Máximo (5)	Promedio (6)
control	100%	100%	100%	100%	100%	100%
caso 1	48%	49%	49%	45%	47%	46%
caso 2	78%	79%	78%	65%	67%	66%
caso 3	70%	71%	70%	58%	59%	58%
caso 4	60%	61%	61%	48%	49%	48%

Conclusiones:

1. Antes que se forme la primera fisura en las vigas de concreto reforzado, todos los casos de estudio poseen el mismo momento de inercia efectivo inicial.
2. Para la carga de trabajo y superiores, la presencia del ducto embebido, provoca una pérdida notoria en el momento de inercia efectivo, de la sección transversal de la viga de concreto reforzado.
3. Para la carga de trabajo se tienen las siguientes conclusiones:
 - 3.1. La influencia del ducto embebido, en la pérdida del momento de inercia efectivo, de la viga de concreto reforzado, es más crítico, cerca de los apoyos (caso 1 y caso 4) y en el centro luz (caso 3) de la viga. Con rendimientos promedios del orden del 46% y el 58% respectivamente.
 - 3.2. El caso 2, tuvo el mejor comportamiento estructural, con un rendimiento promedio del orden del 66%.
 - 3.3. Para ductos embebidos, dispuestos en forma simétrica, a ambos lados de la viga (caso 4), tienen poca influencia en la pérdida del momento de inercia efectivo, que para el caso donde sólo exista uno de ellos (caso 1).
 - 3.4. La influencia del ducto embebido, en la pérdida del momento de inercia efectivo, es mucho mayor para zonas donde actúe la fuerza de corte (caso 1), que para el caso donde intervengan los momentos flectores (caso 3). Alrededor de un 12% ($58 - 46 = 12$) más.

4. Para cargas mayores a la de trabajo, se tienen las siguientes conclusiones:

4.1. El caso 1, fue el caso más crítico. La influencia del ducto embebido, provocó una pérdida notoria en el momento de inercia de la viga, con un rendimiento promedio del orden del 49%.

4.2. El caso 2, tuvo el mejor comportamiento estructural, con un rendimiento promedio del orden del 78%.

4.3. Para ductos embebidos, dispuestos en forma simétrica, a ambos lados de la viga (caso 4), se observa un mejor desempeño en su funcionamiento, que para el caso donde sólo exista uno de ellos (caso 1). Logrando desempeños del orden de un 12% ($61 - 49 = 12$) más.

4.4. La influencia del ducto embebido, en la pérdida de la rigidez de la viga, es mucho mayor para zonas donde actúe la fuerza de corte (caso 1), que para el caso donde intervengan los momentos flectores (caso 3). Alrededor de un 21% ($70 - 49 = 21$) más.

5.2.4. Deflexión en el centro luz, bajo la acción de la carga de trabajo

Las deflexiones de las vigas de concreto reforzado, fueron medidas, utilizando un deformímetro mecánico instalado en el centro luz de la viga, el cual estaba calibrado para medir deflexiones del orden de los 0,01mm.

Tabla 5.5
Cálculo de los rendimientos de los casos de estudio,
en función de la deflexión centro luz, para la carga de trabajo

Caso de estudio	Rendimientos		
	Mínimo	Máximo	Promedio
control	100%	100%	100%
caso 1	209%	215%	212%
caso 2	147%	152%	149%
caso 3	164%	168%	166%
caso 4	201%	205%	203%

Ahora bien, en la tabla 5.5 se resumen los rendimientos de los casos de estudio, en función de la deflexión centro luz, para la acción de la carga de trabajo, tomando como patrón de comparación, las deflexiones de las vigas de control.

Conclusiones:

1. Las vigas de control, tuvieron una deflexión promedio de 1,59 mm bajo la acción de la carga de trabajo.
2. La presencia del ducto embebido, produjo en todos los casos de estudio, mayores deflexiones en comparación con las vigas de control.
3. A pesar que todos los casos de estudio, arrojaron mayores deflexiones bajo la acción de la carga de trabajo. Ninguno de ellos, sobrepasó la deflexión máxima admisible de la sección C.9.5 del reglamento de la NSR-10.
4. El caso más desfavorable corresponde al caso 1, el cual alcanzó deflexiones superiores al doble de las vigas de control.
5. El caso 2, tuvo el mejor comportamiento estructural, con un rendimiento promedio del orden del 149%.
6. Para ductos embebidos, dispuestos en forma simétrica, a ambos lados de la viga (caso 4), se observa un mejor desempeño en su funcionamiento, que para el caso donde sólo exista uno de ellos (caso 1). Logrando desempeños del orden de un 9% ($212 - 203 = 9$) más.
7. La influencia del ducto embebido, es mucho mayor para zonas donde actúe la fuerza de corte (caso 1), que para el caso donde intervengan los momentos flectores (caso 3). Alrededor de un 46% ($212 - 166 = 46$) más.

5.2.5. Rendimiento de los casos de estudio, para cargas mayores a la de trabajo

En la tabla 5.6 están tabulados para cada caso de estudio, el valor de la carga total máxima “ P_T ”, y su relación con la carga de trabajo, antes que se produzca una deflexión centro luz igual a 8,33mm (Luz/480), la cual corresponde a la deflexión máxima admisible de la sección C.9.5 del reglamento de la NSR-10.

Los anteriores valores de carga, corresponden a las cargas máximas que las vigas de concreto reforzado pueden soportar, para las cuales se sigue cumpliendo con las deflexiones máximas admisibles del reglamento, pero ya no con el ancho de fisuras. Las cuales ya se presentaron visualmente sobrepasada la carga de trabajo.

Tabla 5.6
Cargas máximas admisibles para cada caso de estudio

Caso de estudio	$P_{T \text{ max}}$ [kN] (1)	$P_{T \text{ max}} / P_{T \text{ trabajo}}$ (2)
Control	195	3,25
Caso 1	100	1,67
Caso 2	160	2,67
Caso 3	140	2,33
Caso 4	120	2,00

(1): Es la carga máxima admisible, que sigue cumpliendo la deflexión máxima admisibles de la NSR-10.

(2): Columna (1) / 60

Conclusiones:

1. Para las vigas de control, se obtiene la máxima relación, con un valor máximo de carga igual a 3,25 veces la carga de trabajo.
2. La presencia del ducto embebido, produjo en todos los casos de estudio, una reducción significativa en el aprovechamiento del elemento estructural.
3. De todos los casos de estudio, el caso 1, obtuvo el rendimiento más bajo, con un valor máximo de carga igual a 1,67 veces la carga de trabajo.
4. El caso 2, obtuvo el mayor rendimiento, con un valor máximo de carga igual a 2,67 veces la carga de trabajo.
5. Para ductos embebidos, dispuestos en forma simétrica, a ambos lados de la viga (caso 4), se observa un mejor aprovechamiento, que para el caso donde sólo exista uno de ellos (caso 1). Logrando un aumento de 0,33 ($2,00 - 1,67 = 0,33$) veces la relación con la carga de trabajo.
6. La influencia del ducto embebido, en la reducción del desempeño de la viga de concreto reforzado, es mucho mayor para zonas donde actúe la fuerza de corte (caso 1), que para el caso donde intervengan los momentos flectores (caso 3).

5.2.6. Carga de fluencia de las vigas de estudio

En la tabla 5.7, se resume la carga P_T , a la cual se produjo la fluencia del acero de refuerzo de la zona traccionada, de la sección transversal de la viga de concreto reforzado, para cada caso de estudio.

Tabla 5.7
Carga de fluencia de cada viga de estudio

Caso de estudio	Viga	Carga de fluencia P_y , [kN]
Control	Viga 1	340
	Viga 2	350
Caso 1	Viga 3	335
	Viga 4	345
Caso 2	Viga 8	340
	Viga 9	345
Caso 3	Viga 5	335
	Viga 6	340
Caso 4	Viga 7	350
	Viga 10	340

Los anteriores valores, son obtenidos en el instante en que el operario de la máquina universal tinius olsen testing, observa un incremento notorio de la deflexión, manteniéndose estable (un valor constante) la carga aplicada por la máquina universal.

Conclusiones:

Como se puede observar de la tabla 5.7, las vigas llegaron a fallar a una misma resistencia. Lo anterior se justifica, debido a que en el instante en que se producía la fluencia del acero de refuerzo en la zona traccionada de la viga, el ducto embebido estaba localizado por debajo del eje neutro, de esta forma, ya no tenía mayor influencia, al estar la sección transversal ya agrietada.

5.2.7. Deflexión centro luz, a la cual se produjo la fluencia del acero de refuerzo

Conociendo el valor de la carga de fluencia, y el comportamiento de la rigidez de la sección agrietada de cada viga, es posible calcular la deflexión centro luz, a la cual empezó a fluir el acero de refuerzo en la zona traccionada de la misma.

La tabla 5.8 resumen los resultados obtenidos para cada caso de estudio.

Tabla 5.8
Deflexiones a las cuales se produjo la fluencia

Caso	Viga	Deflexión de fluencia	Promedio de cada caso	Rendimiento de los promedios
		δ_y [mm]	δ_y [mm]	Porcentaje [%]
Control	Viga 1	15,49	15,71	100%
	Viga 2	15,94		
Caso 1	Viga 3	31,10	31,54	201%
	Viga 4	31,97		
Caso 2	Viga 8	19,56	19,85	126%
	Viga 9	20,14		
Caso 3	Viga 5	21,76	21,85	139%
	Viga 6	21,93		
Caso 4	Viga 7	26,42	26,01	166%
	Viga 10	25,61		

Conclusiones:

1. Las vigas de control, tuvieron una deflexión promedio de 15,71 mm en el instante en que empezó a fluir el acero de refuerzo de la zona más traccionada.
2. La presencia del ducto embebido, produjo en todos los casos de estudio, mayores deflexiones en comparación con las vigas de control.
3. El rendimiento más bajo, corresponde al caso 1, el cual alcanzó deflexiones superiores al doble de las vigas de control.
4. El caso 2, tuvo el mejor rendimiento estructural, con un promedio del orden del 126%.
5. Para ductos embebidos, dispuestos en forma simétrica, a ambos lados de la viga (caso 4), se observa un mejor desempeño en su funcionamiento, que para el caso donde sólo exista uno de ellos (caso 1). Logrando diferencias del orden de un 35% ($201 - 166 = 35$) más.
6. La influencia del ducto embebido, es mucho mayor para zonas donde actúe la fuerza de corte (caso 1), que para el caso donde intervengan los momentos flectores (caso 3). Alrededor de un 62% ($201 - 139 = 62$) más.

5.2.8. Patrón de fisuras en la cercanía del ducto embebido

Para todas las vigas de estudio, las primeras fisuras que se pudieron detectar, se originaron en el centro luz de la viga, y correspondieron a las típicas fisuras verticales por flexión; luego les siguieron la formación de otras fisuras verticales en las proximidades a estas, siguiendo también una dirección vertical al incremento de la carga.

Otras fisuras producidas a lo largo de la viga, común para todos los casos de estudio, fueron las fisuras de corte y flexión. Las cuales se presentaron por la acción combinada de los momentos flectores y las fuerzas de corte. Para este último tipo de fisuras, las grietas de tensión por flexión son las que aparecieron primero, siguiendo una dirección vertical al eje de la viga, su ancho y longitud al inicio del proceso de carga estaban bien controlados, esto se debía seguramente, a la presencia del acero de refuerzo longitudinal, pero conforme se incrementaba el valor de la carga, el esfuerzo de tensión diagonal en la parte superior de la grieta, hacía que se inclinara (aproximadamente a 45°) y continuara alargándose, este tipo de fisuras se presentaron cerca de los apoyos.

Lo interesante de la formación de fisuras, fue que todas aquellas originadas en la base de la viga, en la vecindad del ducto embebido, seguían una trayectoria en dirección hacia él, como si el ducto embebido las atrajese. Esto probaría la existencia de una concentración de esfuerzos, producidos por la discontinuidad de la viga, en la región donde está ubicado el ducto embebido.

Otra conclusión importante del mapeo de fisuras, fue que bajo la acción de la carga de trabajo, se pudo evidenciar que para todos los casos de estudio, no se presentó ninguna fisura visual, alrededor ni en las cercanías de la circunferencia de los ductos embebidos, de diámetro nominal de 50 mm. Pero sí se visualizó la aparición temprana de fisuras en el centro luz para todos los casos de estudio.

Con respecto al patrón de fisuras en la cercanía de los ductos, se identificaron cuatro tipologías, las cuales se resumen en la tabla 5.9, en donde se acompaña una breve descripción, junto a un dibujo esquemático de su formación.

Tabla 5.9
Descripción del patrón de fisuras, para cada caso de estudio






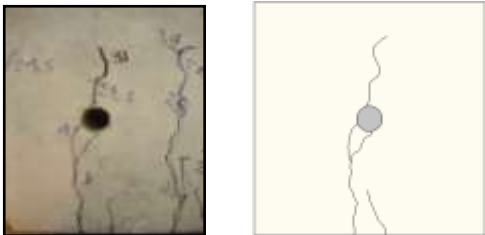
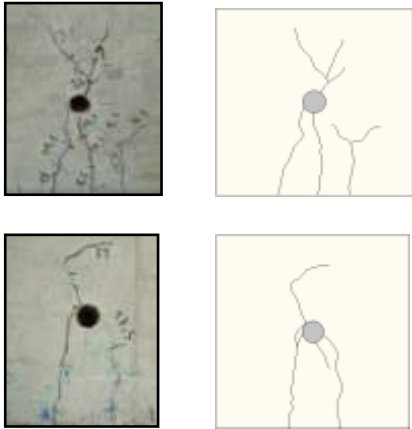
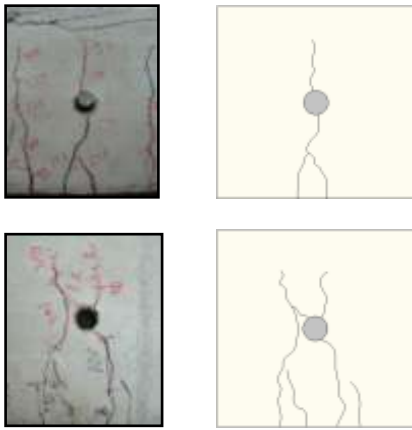
Caso	Viga	Patrón de fisuras	Descripción
Caso 1	Viga 3		El ducto embebido, se encontró localizado en una región donde predominaba el efecto de la fuerza de corte. Las fisuras originadas en la base de la viga, en la vecindad del ducto embebido, al inicio eran verticales y luego se extendían diagonalmente todas hacia él. Lo interesante de estas primeras fisuras, fue que aparecieron repentinamente con una longitud importante siempre en dirección hacia el tubo embebido. Antes que llegaran al ducto, se originaban otras, partiendo de arriba de su circunferencia con una inclinación de 45 grados aproximadamente. Las cuales al incrementarse el valor de la carga ya no crecían más y solo iban aumentando su ancho en forma gradual.
	Viga 4		
Caso 2	Viga 8		El ducto embebido, se encontró localizado en una región donde se combinaron el efecto de la fuerza de corte y el momento flector. Las fisuras originadas en la base de la viga, en la vecindad del ducto embebido, al inicio eran verticales y luego se extendían diagonalmente todas hacia el ducto. Una vez que llegaban a él, iban originándose otras fisuras en forma radial a su circunferencia, siendo la característica más notoria de este caso de estudio. Las cuales al incrementarse el valor de la carga ya no crecían más y solo iban aumentando su ancho en forma gradual.
	Viga 9		

Tabla 5.9 (continuación)

Caso	Viga	Patrón de fisuras	Descripción
Caso 3	Viga 5		El ducto embebido, se encontró localizado en una región donde predominaba el efecto del momento flector. La fisura originada en la base de la viga, en la vecindad del ducto embebido, fue prácticamente vertical.
	Viga 6		<p>Una vez que llegó al ducto, se originó una nueva fisura, partiendo de la superficie de arriba de éste, en la misma dirección vertical.</p> <p>Al llegar a un valor establecido de la carga, la grieta ya no crecía más y solo iba aumentando su ancho.</p>
Caso 4	Viga 7		<p>Se tenía dos ductos embebidos, dispuestos en forma simétrica a ambos lados de la viga de concreto reforzado.</p> <p>Dada la simetría, se pudo advertir que el patrón de fisuras fue similar para ambos ductos.</p> <p>Las fisuras originadas en la base de la viga, en la vecindad de los ductos embebidos, al inicio eran verticales y luego se extendían diagonalmente todas hacia los ductos.</p>
	Viga 10		<p>Una vez que llegaban a ellos, se originaban otras fisura partiendo de la superficie de arriba de estos, en la misma dirección vertical, incluso se presentaron fisuras radiales al eje de la abertura.</p> <p>Al llegar a un valor establecido de la carga, las grietas ya no crecían más y solo iban aumentando su ancho.</p>

5.2.9. Conclusión final

El reglamento Colombiano de construcción Sismo Resistente (NSR-10), en su sección C.9.5 indica que los elementos de concreto reforzado sometidos a flexión, deben diseñarse para que tengan una rigidez adecuada con el fin de limitar cualquier deflexión que pudiese afectar adversamente la resistencia o el funcionamiento de la estructura. Y como lo prueban los resultados de la presente investigación, se evidencia que la presencia del ducto embebido en la viga de concreto reforzado, ocasiona una notoria pérdida de su rigidez, lo cual no solo induce a tener mayores deflexiones sino también a que la viga tenga un mayor periodo natural de vibración, la cual ante la presencia de cualquier maquinaria rotativa u otro dispositivo mecánico que vibre, puede provocar no solo sensaciones desagradables para los humanos, sino además incitar vibraciones residuales del sistema viga – máquina, que sobrepasada las vibraciones admisibles del equipo, terminarían por dañarlo.

Otro aspecto importante que tienen los ductos embebidos en las vigas de concreto reforzado es la referida a la aparición temprana de fisuras ante la carga de trabajo lo cual implica, necesariamente la presencia de trayectorias capilares más extendidas las cuales son significativas en cuanto a la durabilidad del hormigón armado se refiere. Más aún para el caso particular de las vigas de concreto reforzado expuestas a la acción externa de la humedad y del dióxido de carbono, como sucede en los parqueaderos o sótanos de los edificios en donde la presencia del agrietamiento temprano, situación que facilitaría la carbonatación del concreto, donde el ciclo de humedecimiento y secado terminaría finalmente por corroer al acero de refuerzo.

Lo anterior, son argumentos técnicos de porqué no es aconsejable realizar ningún inserto o embeber ninguna tubería o ducto en las vigas de concreto reforzado. Pero también existe un argumento, no menos importante que los anteriores, y es el referido a una buena práctica constructiva en el sentido de que localizar las tuberías y ductos por debajo de las vigas de concreto reforzado y luego cubrirlas con un techo suspendido falso, facilitando a los técnicos encargados de las instalaciones de los diferentes servicios, ya sea sanitarios, eléctricos, informáticos etc. realizar un adecuado control a las instalaciones, ante cualquier reparación o actualización del sistema de tuberías y ductos. Lo anterior no sería posible, para el caso en que estos, estuvieran embebidos o insertos en las vigas.

En resumen, la práctica de embeber algún ducto o realizar algún inserto a la viga de concreto reforzado, no solo trae consecuencias perjudiciales al elemento estructural como tal, sino también, implicaría mayores problemas de funcionamiento, en cuanto al mantenimiento del sistema de tuberías y ductos se refiere.

5.3. Recomendaciones

Para aquellos sistemas a porticados de vigas y columnas de concreto reforzado, en donde se requiera realizar algún tipo de perforación o en su defecto embeber algún ducto, en cierta región de la viga. Se sugiere tomar en cuenta las siguientes recomendaciones.

5.3.1. Recomendaciones en función del diámetro de los ductos, tuberías e insertos.

El reglamento de la NSR-10, en su sección C.6.3.6.3 , es muy preciso con respecto al diámetro de los ductos, tuberías e insertos. Limitando a un diámetro interior nominal no superior a 50 mm (2 pulgadas).

5.3.2. Recomendación en función de la durabilidad de la viga de concreto reforzado

La durabilidad de una estructura de concreto reforzado, está en función del tipo de ataque del agresor externo, y de las acciones correctivas que se emplee. Para el caso particular, de las vigas de concreto reforzado, expuestas a la acción externa de la humedad, y del dióxido de carbono, como ocurre en los parqueaderos o sótanos de los edificios, se recomienda en lo posible, no realizar ningún tipo de inserto o embeber ningún tipo de tubería en las vigas, ya que los mismos tienden a promover el agrietamiento temprano de ellas, y de esta manera, se generaría la presencia de trayectorias capilares, que facilitarían la carbonatación del concreto, donde el ciclo de humedecimiento y secado, terminaría finalmente por corroer al acero de refuerzo.

5.3.3. Recomendaciones en función de la rigidez de la viga.

Si la viga de concreto reforzado, forma parte de un sistema estructural diseñado para soportar la acción de vibraciones, producto de la acción de algún tipo de maquinaria rotativa u otro equipo que vibre, se recomienda en lo posible, no realizar ningún tipo de perforación o embeber ninguna tubería en la viga, ya que la abertura, ocasiona una pérdida notoria en la rigidez del elemento estructural. Ahora bien, si es necesario realizar dicha acción, se sugiere en lo posible, tomar en cuenta la pérdida de la rigidez en el cálculo de la frecuencia del sistema viga-equipo, o en su defecto diseñar una viga más rígida aumentando su altura efectiva, de esta forma, las frecuencias de vibración de la máquina nunca llegarán a igualar a la frecuencia natural de la viga de concreto reforzado y por tanto no se producirá la resonancia del sistema, la cual implica mayores amplitudes manifestadas en sensaciones desagradables para los usuarios

5.3.4. Recomendaciones en función de la deflexión esperada para la carga de trabajo.

Para aquellos sistemas estructurales, en los cuales se requiera un mayor control de las deflexiones, se recomienda en lo posible, no realizar ningún tipo de perforación o embeber ninguna tubería en la viga, ya que la abertura, ocasiona una pérdida notoria en el momento de inercia efectivo, ocasionando mayores deflexiones que las esperadas. Ahora bien, si es necesario realizar dicha acción, se sugiere en lo posible, que el ingeniero proyectista tome en cuenta esta pérdida en los cálculos de la deflexión, o en su defecto realice algunas acciones correctivas que vea pertinentes.

5.3.5. Recomendación para cargas mayores a las de trabajo

Si la viga de concreto reforzado, a lo largo de su vida útil, llegara a soportar la acción de cargas adicionales, que por circunstancias ajenas a su función original se presenten, ya sea por el cambio de uso de la estructura o por la acción de un hecho fortuito, la presencia del ducto embebido o insertó en la viga de concreto reforzado, provocará necesariamente una pérdida en su capacidad de soportar cargas mayores a las de trabajo, las cuales se manifestarán con la presencia visual de fisuras, las mismas que se podrán catalogar en función de su ubicación y trayectoria en el sistema estructural. De esta forma, aunque el ingeniero proyectista no está en la obligación de prever este tipo de situaciones, no sobra tener un margen de seguridad, mediante la buena práctica constructiva, dotando a los elementos estructurales de su propia capacidad de deformarse y redistribuir las cargas adicionales impuestas.

5.3.6. Recomendación final

El reglamento Colombiano de construcción Sismo Resistente (NSR-10), en su sección C.9.5 indica que los elementos de concreto reforzado sometidos a flexión, deben diseñarse para que tengan una rigidez adecuada con el fin de limitar cualquier deflexión que pudiese afectar adversamente la resistencia o el funcionamiento de la estructura. Y como lo prueban los resultados de la presente investigación, se evidencia que la presencia del ducto embebido en la viga de concreto reforzado, ocasiona una notoria pérdida de su rigidez.

Otro aspecto importante que tienen los ductos embebidos en las vigas de concreto reforzado es la referida a la aparición temprana de fisuras ante la carga de trabajo lo cual implica, necesariamente la presencia de trayectorias capilares más extendidas las cuales son significativas en cuanto a la durabilidad del hormigón armado se

refiere. Más aún para el caso particular de las vigas de concreto reforzado expuestas a la acción externa de la humedad y del dióxido de carbono, como sucede en los parqueaderos o sótanos de los edificios en donde la presencia del agrietamiento temprano, situación que facilitaría la carbonatación del concreto, donde el ciclo de humedecimiento y secado terminaría finalmente por corroer al acero de refuerzo.

Lo anterior, son argumentos técnicos de porqué no es aconsejable realizar ningún inserto o embeber ninguna tubería o ducto en las vigas de concreto reforzado. Pero también existe un argumento, no menos importante que los anteriores, y es el referido a una buena práctica constructiva en el sentido de que localizar las tuberías y ductos por debajo de las vigas de concreto reforzado y luego cubrirlas con un techo suspendido falso, facilitando a los técnicos encargados de las instalaciones de los diferentes servicios, ya sea sanitarios, eléctricos, informáticos etc. realizar un adecuado control a las instalaciones, ante cualquier reparación o actualización del sistema de tuberías y ductos. Lo anterior no sería posible, para el caso en que estos, estuvieran embebidos o insertos en las vigas.

En resumen, la práctica de embeber algún ducto o realizar algún inserto a la viga de concreto reforzado, no solo trae consecuencias perjudiciales al elemento estructural como tal, sino también, implicaría mayores problemas de funcionamiento, en cuanto al mantenimiento del sistema de tuberías y ductos se refiere.

Bibliografía

1. Alexander , G. (2006) Influencia de la no linealidad de material en deflexiones inmediatas de vigas de concreto reforzado, tesis de maestría universidad nacional. Bogotá D.C
2. Baron, J. (1992) La durabilité des bétons, presses de l'enpc, Paris.
3. Bhatia, K.G. (2008), Foundation for industrial machines, D- Cad publishes, New Delhi India.
4. Calavera, J. (1996) Patología de estructuras de hormigón armado y pretensado, Madrid, Intemac.
5. Corina, M. et al (2000) Combined effects of cracking and water permeability of concrete, bayex a division of bay mills limites t. Cathaines, Canada press.
6. DeVore, J. (2005) Probabilidad y estadística, California, Thomson.
7. Egor, P. (2000) Mecánica de sólidos, Mexico D.F. , Pearson Education.
8. Keun H. & Asharaf F. (2008) Effectiveness of Web Reinforcement around openings in continuous concrete deep beams, ACI structural journal, technical paper, Title no. 105-S39.
9. Keun H. & Heon S. (2007) Influence of inclined web reinforcement on reinforced concrete deep beams with openings, ACI structural journal, technical paper, Title no. 104-S55.
10. Mansur M. & Kiang H. (1999) Effects of creating an opening in existing beams, ACI structural journal, technical paper, Title no. 96-S98.
11. Matallana, R. (2006) Fundamentos de concreto aplicados a la construcción, Medellín, Piloto S.A.
12. Macgregor, J. (1997) Reinforced concrete mechanics and design, New Jersey, Prentice hall.
13. McCormac, J. (2010) Análisis de Estructuras: método clásico y matricial, México D.F., Alfaomega.

14. Ortiz, L. (1998) Elasticidad. Madrid, Mc Graw Hill.
15. Paulay, T. (1991) Estructuras de concreto reforzado, México D.F. ,Editorial Limusa.
16. Reglamento Colombiano de construcción sismo resistente. (2010) Bogotá D.C., Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica.
17. Requisitos esenciales para edificaciones de concreto reforzado IPS-1. (2002) Bogotá D.C., ACI – ICONTEC- AIS.
18. Segura, F. (2002) Estructuras de concreto I, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá D.C.
19. Shah, P. (1995) Fracture Mechanics of Concrete, New York, USA.
20. Timoshenko, S.P. & Gere J. M. (1986) Mecánica de materiales, Editorial Iberoamericana.
21. Torrent, R. (1999) Parking structures deterioration: a survey and analysis of its extent and influencing factors, research highlights, technical series. 00-128. pp.1-6.
22. Wang, K. & Shah, S.P. (1997) Permeability study of cracked concrete, cement and concrete research, ACI journal 27 (27: 81-93.
23. Zulma, S. (1995) Refuerzo Metálico externo para cortante en elementos de concreto reforzado, tesis de maestría universidad nacional de Colombia. Bogotá D.C
24. Zulma, S. (2010) Diseño de cimientos para equipos dinámicos según ACI 351-3R-04, Bogotá D.C